CAPITOLO 1

I CALCOLATORI: CENNI STORICI

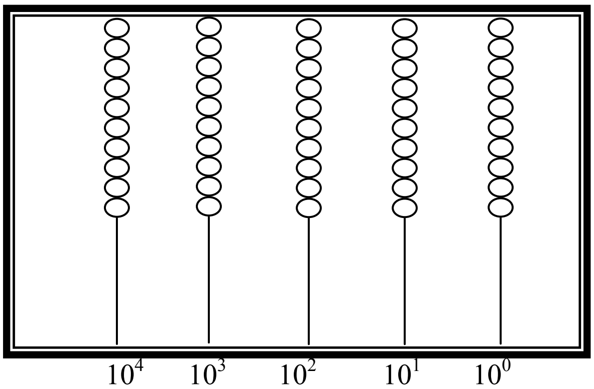
"Non è infatti degno di uomini di ingegno perdere ore come schiavi nel lavoro di calcolo che potrebbe essere affidato tranquillamente a chiunque altro se si usassero le macchine" (Gottfried Leibnitz, seconda metà del '600).

1. Gli abachi: calcolare con sassi e palline

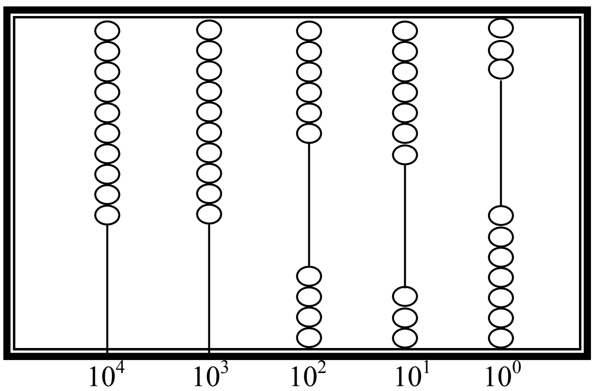
E' probabile che le dita delle mani siano state i primi strumenti materiali per rappresentare i numeri e per facilitare l'esecuzione dei calcoli numerici. Non è un caso che la numerazione attuale sia in base dieci. Successivamente, per rappresentare numeri per i quali le dita o altre parti del corpo non possono essere sufficienti fu necessario usare altri oggetti come sassolini, conchiglie, ed altro. Ben presto tali modi di rappresentare i numeri diventarono anche uno strumento per eseguire le operazioni elementari tra numeri. Di questa origine del calcolo rimane traccia nelle parole usate nell'informatica. Infatti:
- dal nome latino delle dita, *digita*, trae origine l'aggettivo *digitale*,
- dal nome latino dei piccoli sassi, *calculi*, deriva il termine *calcolo*.

Apparve così *l'abaco* che probabilmente fu il primo strumento costruito dall'uomo per eseguire calcoli. Gli abachi venivano costruiti con i materiali più diversi e se ne trovano tracce fin dal 3000 A.C. in Mesopotamia. Per dare un idea del suo funzionamento, descriviamo l'abaco russo che ha la stessa struttura di pallottoliere che a volte si regala ai bambini. Esso è costituito da una serie di aste metalliche parallele in ciascuna delle quali sono infilate dieci palline. Le linee da destra verso sinistra rappresentano le unità, le decine, le centinaia e così via. Più precisamente un numero intero scritto in base dieci $c_n...c_3c_2c_1c_0$ è rappresentato dallo spostare verso il basso:
- c_0 palline nella linea delle unità
- c_1 palline nella linea delle decine

. . .



Ad esempio il numero 437 sarà rappresentato dalla seguente configurazione:



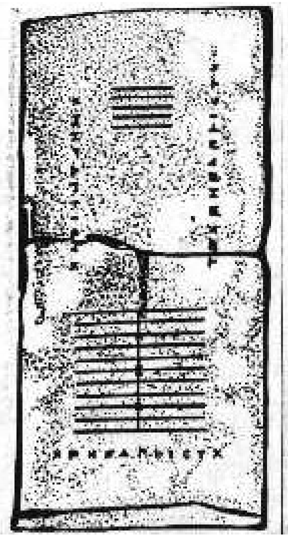
Dovendo addizionare due numeri, ad esempio 437 +535, si procedeva al modo seguente:

1. si rappresentava il primo addendo 437 come in figura
2. si operava sulla colonna delle unità tentando di spostare dalla parte alta cinque palline, esaurite le tre disponibili (raggiunto il numero 10) si azzerava la colonna delle unità (spostando tutto verso l'alto) e si spostava dall'alto in basso una pallina nella colonna delle decine. Successivamente si spostavano dall'alto al basso le due unità rimanenti.
3. poi si passava a lavorare nella colonna delle decine e così via.

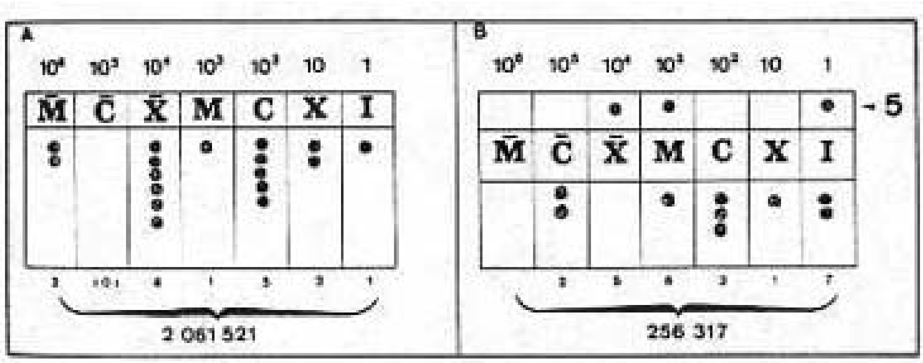
La cosa è più difficile da descrivere che da fare e si traduce in una sequenza di azioni che si eseguono meccanicamente e rapidamente. Siamo in presenza di una vera e propria macchina calcolatrice perché la sequenza di azioni da compiere potrebbe essere eseguita anche da una persona che non conosce il significato dei numeri. Non ha quindi molta importanza il fatto che materialmente la procedura è eseguita dall'uomo.

Strumenti simili agli abachi sono presenti in tutte le culture, ad esempio nell'antica Cina, presso i Greci ed i Romani. Con alcune varianti, si è scoperto che venivano utilizzati anche dagli Aztechi del Centro America. Da notare che essi erano presenti anche prima che fosse inventata la rappresentazione posizionale dei numeri. Infatti alla base dell'abaco vi è solo l'idea che gruppi di unità possono essere denominati in qualche modo. Non ha importanza che questi gruppi siano unità, decine, centinaia ... . D'altra parte gli abachi precedono anche l'introduzione della numerazione scritta e le stesse rappresentazioni dei numeri. Nonostante la loro origine antichissima continuano ad essere utilizzati sino ai tempi attuali. Questo sia perché il calcolo strumentale è più rapido di quello "con carta e penna", sia perché fino a tempi abbastanza recenti erano poche le persone che sapevano leggere, e quindi in grado di utilizzare la numerazione scritta.

Nella figura affianco è riprodotto un esemplare di abaco dei Babilonesi, i quali intorno al V, IV sec. a.C. utilizzavano già uno strumento di marmo di forma rettangolare, su cui erano incisi due gruppi di undici linee verticali attraversate da una linea orizzontale.



Abaco Babilonese
Del V, IV secolo a.C.



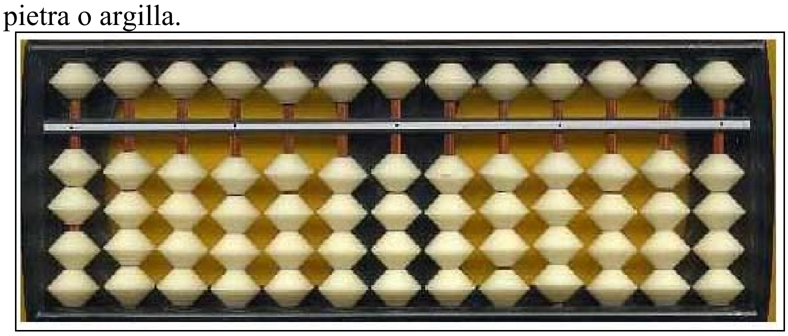
Abachi Romani

Affianco sono riprodotti due abachi di epoca romana. Il primo non è diverso dal pallottoliere che abbiamo già visto. Infatti nel disegno il numero 2051521 è rappresentato come al solito come somma di 1 unità, 2 decine e così via.

Il secondo invece è diviso in una striscia inferiore in cui si potevano porre quattro sassolini ed una striscia superiore in cui poteva essere messo un solo sassolino. I sassolini posti nella sezione inferiore rappresentano le unità, le decine, e le successive potenze di dieci. Quelli della sezione superiore valevano cinque volte quelli delle sezioni inferiori della colonna corrispondente. In tale caso il numero 256317 è rappresentato come

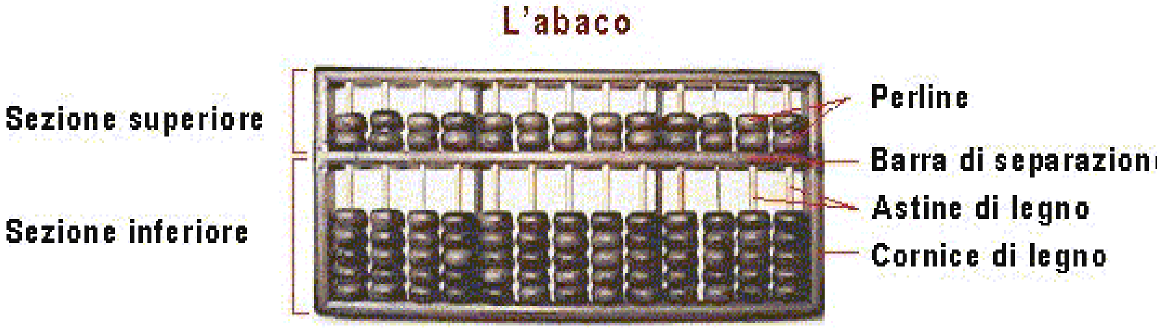
- 2 unità ed 1 di cinque + 1 di dieci + 3 di cento + 1 di mille ed 1 di cinquemila + 1 di cinquantamila + 2 di centomila

La stessa idea è alla base degli abachi giapponesi, ancora in uso, che utilizzano palline infilate in aste e non sassolini poggiati su pietra o argilla.



Abaco giapponese

Leggermente diverso è l'abaco cinese che presenta in ogni linea verticale 5+2 invece che 4+1 palline. Come abbiamo visto, per rappresentare i numeri sarebbe bastata una sola perlina nella parte superiore, e quattro nella parte inferiore. Le due perline in più servivano come memoria aggiuntiva per operazioni più complesse.



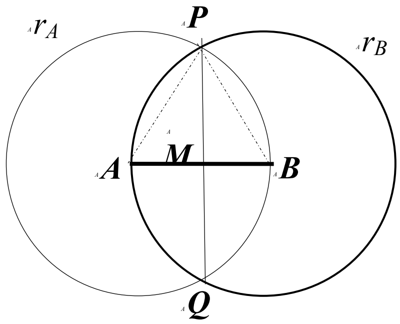
Abaco cinese

Gli abachi sono ancora usati nei mercati di molte popolazione arabe e fino a pochi anni fa erano ancora usati in Russia. Anche i cinesi e i giapponesi erano molto abili nel calcolo strumentale e ancor oggi la cultura dell'abaco è molto diffusa in Cina e in Giappone. Il 12 novembre 1946, cioè agli albori dei calcolatori elettronici, a Tokyo si tenne una curiosa competizione sportiva di velocità fra un operatore di calcolatrice elettrica e un abachista, con un risultato davvero incredibile: la palma della vittoria spettò all'abachista!

Abaco Russo

2. Calcolare con riga e compasso

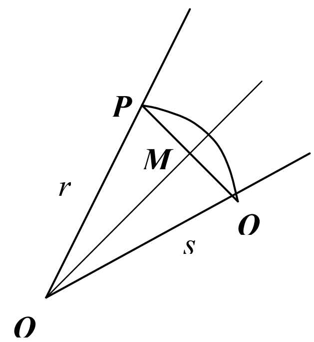
Se nel calcolo con i numeri interi veniva utilizzato l'abaco, nel calcolo delle grandezze continue gli strumenti fondamentali dagli antichi greci erano la riga ed il compasso. L'operazione di somma non presentava grosse difficoltà e si basava sostanzialmente sulla possibilità di muovere le figure geometriche senza che le grandezze in gioco fossero alterate. Se si tratta ad esempio di sommare due segmenti, allora basta "trasportarli" in modo che uno fosse successivo all'altro. La stessa cosa può essere fatta per gli angoli. E' anche evidente che non è difficile la sottrazione di due segmenti o di due angoli. Un pò più complicata è l'operazione di divisione per due.



Proposizione 1. Ogni segmento ed ogni angolo possono essere divisi in due parti uguali usando la riga ed il compasso.

Dim. Nel caso di un segmento si tratta di costruire con riga e compasso il punto medio di un segmento AB. Un semplice algoritmo consiste nel centrare il compasso in A, aprirlo fino a raggiungere B e poi tracciare la circonferenza r_A. Successivamente centrare in B, aprire fino a raggiungere A e tracciare la circonferenza r_B. Detti P ed Q i due punti di intersezione delle circonferenze, il punto medio M si ottiene intersecando il segmento AB con il segmento PQ [1].

Nel caso della bisezione dell'angolo è sufficiente ricondurre il problema a quello della bisezione di un segmento. Infatti, supponiamo che α sia un angolo racchiuso tra le rette r ed s che si incontrano nel punto O. Possiamo allora tracciare una qualunque circonferenza di centro O. Detti P e Q i punti di intersezione di tale circonferenza con le due rette e calcolato (per meglio dire costruito) il punto medio M di tale segmento, la retta OM divide in due parti l'angolo α.



Chi si interessò esplicitamente di un calcolo delle grandezze continue fu il famoso matematico e filosofo Cartesio. Ad esempio nel suo libro *"La Geometria"* nel capitolo intitolato *"Dei problemi che si possono costruire col solo uso di cerchi e di linee rette"* spiega come si possano eseguire le quattro operazioni con i segmenti. Abbiamo già osservato che per la somma e la sottrazione la cosa è evidente. Per quanto riguarda il prodotto e la divisione Cortesia utilizzava la nozione di proporzione. Supponiamo di volere moltiplicare i segmenti d e c. Allora basta trovare una costruzione geometrica per cui valga una proporzione del tipo $1 : d = c{:}x$ in quanto, essendo il prodotto dei medi uguale al prodotto degli estremi, in tale caso il segmento x rappresenterà il prodotto di d per c. D'altra parte è ben noto come ottenere grandezze proporzionali in geometria. E' sufficiente considerare triangoli simili.

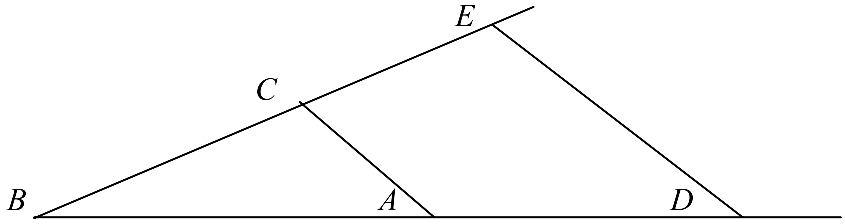
Definizione 2. Il triangolo ABC si dice *simile* al triangolo $A'B'C'$ se l'angolo in A è uguale all'angolo in A', l'angolo in B è uguale all'angolo in B' e l'angolo in C è uguale all'angolo in C'.

In altre parole due triangoli si dicono simili se hanno gli stessi angoli. Ovviamente la relazione di similitudine è una relazione di equivalenza, cioè è riflessiva, simmetrica e transitiva.

Proposizione 2. Due triangoli simili hanno i lati proporzionali. Più precisamente, supponiamo che A, B, C siano i vertici di un triangolo e A', B', C' i vertici di un altro triangolo. In tale caso se l'angolo in A è uguale all'angolo in A', l'angolo in B è uguale all'angolo in B', e l'angolo in C è uguale all'angolo in C', allora

$$AB : A'B' = AC : A'C' \text{ e } AC : A'C' = BC : B'C'.$$

Utilizzando questa notissima proposizione Cartesio dice, con riferimento alla seguente figura,



[1] La dimostrazione del fatto che M sia il punto medio si basa sul fatto che nel triangolo APB i lati AP e BP sono uguali. Se allora si traccia allora la perpendicolare da P al segmento AB si ottengono due triangoli rettangoli APM e BPM uguali.

> *. . . sia per esempio BA l'unità: se bisogna moltiplicare BD per BC devo soltanto aggiungere i punti A e C, poi tracciare DE parallela a CA, e BE è il risultato di questa moltiplicazione.*

In altre parole si considerino due rette distinte per il punto B e due punti D e C su tali rette in modo che BD sia uguale a d e BC sia uguale a c. Sia inoltre A un punto della retta per B e D tale che BA sia unitario. Si tracci infine la parallela a AC per D e si denoti con E il punto di intersezione con la retta per B e C. Allora per la similitudine dei triangoli CBA e EBD risulterà che $1 : BD = BC : BE$. In conclusione BE è il prodotto cercato.

Esercizio. Calcolare il prodotto di 3 per 5 in modo grafico.

La stessa costruzione, quando si siano dati BE ed BD, vale per la divisione.

> *. . . Se invece bisogna dividere BE per BD, avendo unito i punti E e D, traccio AC parallela a DE e BC è il prodotto di questa divisione.*

Precisamente, supponiamo che si voglia dividere il segmento d per il segmento c, allora basta fissare un punto E in modo che BE sia uguale a d ed un punto D in modo che BD sia uguale a c. Tracciata allora la retta per A parallela ad ED, chiamo con C il punto di intersezione con la retta per B ed E. Il segmento BC è il risultato della divisione come si ricava dalla proporzione $1 : BD = BC : BE$.

Esercizio. Calcolare 7/3 in modo grafico.

Possiamo riassumere le argomentazioni di Cartesio nella seguente proposizione.

Proposizione 3. Consideriamo due segmenti di lunghezza d e c. Allora esiste una costruzione geometrica con riga e compasso capace di fornire un segmento di lunghezza $a \cdot c$ ed una costruzione geometrica con riga e compasso capace di fornire un segmento di lunghezza a/c.

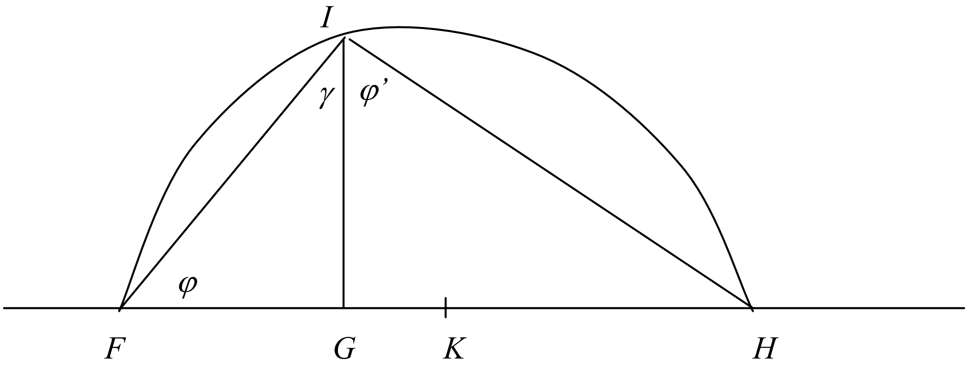
Da tale proposizione, ponendo $c = n \cdot a$, ricaviamo la possibilità di dividere un segmento in n parti uguali.

Corollario 4. Dato un segmento AB ed un numero naturale n è possibile costruire con riga e compasso un segmento di lunghezza uguale alla n-sima parte di AB.

Da notare che la divisione di un angolo in n parti uguali non è altrettanto semplice.

Anche l'estrazione della radice quadrata si riconduce al problema di individuare segmenti che sono in proporzione. Infatti se risulta $a{:}x = x{:}1$, allora $x^2 = a \cdot 1 = a$. Ciò significa che il segmento x è la radice quadrata di a. Cartesio propone la seguente costruzione:

> *. . . Se bisogna estrarre la radice quadrata di GH, aggiungo in linea retta FG, che è l'unità, e dividendo FH in due parti uguali nel punto K, dal centro K traccio (la semicirconferenza) FIH, poi innalzando dal punto G una linea retta fino ad I ad angoli retti su FH, GI è la radice cercata.*



Una tale costruzione è giustificata dal seguente teorema.

Teorema 5. La misura del segmento *GI* è la radice quadrata della misura del segmento *GH*. Pertanto l'estrazione di radice quadrata può essere effettuata con riga e compasso.

Dim. Per uno dei teoremi di Euclide l'altezza di un triangolo rettangolo è media proporzionale delle proiezioni dei cateti. Pertanto vale la seguente proporzione

$$FG : GI = GI : GH.$$

Poiché il prodotto dei medi è uguale al prodotto degli estremi, abbiamo che

$$FG \cdot GH = GI^2$$

e quindi, essendo $FG = 1$, $HG = GI^2$. Se si vuole poi dimostrare il teorema di Euclide, cioè la proporzione, bisogna mostrare che opportuni triangolo sono simili. Esattamente dobbiamo mostrare che sono simili i due triangoli *FGI* e *IGH*. Ora per mostrare che due triangoli rettangoli sono simili è sufficiente provare che hanno un angolo uguale. Ma ciò non è difficile perché essendo la somma degli angoli di un triangolo un angolo piatto, $\varphi = 180\text{-}90\text{-}\gamma = 90\text{-}\gamma$ ed essendo il triangolo retto in I, risulta che $\varphi' = 90\text{-}\gamma$. Pertanto $\varphi = \varphi'$.

Ad esempio se voglio trovare graficamente la radice 9 allora applico la seguente procedura:

1. Traccio un segmento *GH* di lunghezza 9
2. Prolungo a sinistra tale segmento con un segmento *FG* di lunghezza 1
3. Trovo il punto medio *K* del segmento *FH*
4. Traccio la circonferenza di centro *K* e diametro $FH = 10$
5. Alzo la perpendicolare dal punto *G*

Il segmento *GI* misurerà esattamente 3, cioè la radice di 9.

Esercizio. Trovare la radice di 7 in maniera grafica utilizzando cioè un righello ed un compasso.

3. Macchine più complicate della riga e compasso

Poiché la formula per risolvere le equazioni di secondo grado utilizza le operazioni aritmetiche più l'estrazione di radice quadrata, è immediato che:

Proposizione 1. Ogni radice di una equazione di secondo grado può essere costruita con riga e compasso.

Più complesso è il discorso per le equazioni di grado superiore dove è necessario utilizzare curve più complicate del cerchio e quindi strumenti più complessi del compasso.

L'utilizzazione di tali curve si rende necessaria anche per affrontare quelli che spesso vengono chiamati *"i tre problemi famosi dell'antichità"* che sono :

- La trisezione dell'angolo
- La duplicazione del cubo
- La rettificazione della circonferenza.

Vale infatti il seguente teorema di cui omettiamo la dimostrazione (fatta in tempi relativamente recenti).

Teorema 2. Non esiste nessuna costruzione con riga e compasso che permetta di trisecare un qualunque angolo, oppure di duplicare il cubo oppure di rettificare la circonferenza.

La situazione migliora notevolmente se possiamo utilizzare nelle nostre costruzioni macchine che tracciano coniche.

Proposizione 3. Macchine che tracciano coniche permettono di costruire le radici delle equazioni di grado terzo e quarto. Tali macchine permettono anche di risolvere i problemi della trisezione dell'angolo e della duplicazione del cubo.

Dim. Si applica il processo inverso a quello a cui siamo abituati in geometria analitica. Usualmente, dovendo trovare i punti di intersezione di due curve di cui si conosce l'espressione analitica, scriviamo il sistema delle relative equazioni, troviamo l'equazione risultante e poi risolviamo tale equazione con qualche formula. Le soluzioni saranno le ascisse dei punti di intersezione. Noi invece partiamo da una equazione e vogliamo trovare due equazioni di cui tale equazione è la risultante. Consideriamo ad esempio una equazione di terzo grado

$$ax^3+bx^2+cx+d = 0. \tag{3.1}$$

Possiamo mettere in evidenza x nei primi tre monomi

$$x(ax^2+bx+c)+d = 0.$$

Ponendo poi $y = ax^2+bx+c$ e sostituendo otteniamo $xy+d = 0$. In definitiva l'equazione (3.1) è la risultante del sistema

$$\begin{cases} xy+d = 0 \\ y = ax^2+bx+c \end{cases}$$

La prima equazione rappresenta una iperbole, la seconda una parabola. Pertanto le soluzioni di (3.1) si possono ottenere tracciando una opportuna iperbole ed una opportuna parabola e poi prendendo le ascisse dei due punti di intersezione.

Similmente, consideriamo l'equazione di quarto grado

$$ax^4+bx^3+cx^2+dx+e = 0. \tag{3.2}$$

Ponendo x^2 in evidenza tra i primi tre monomi si ottiene

$$x^2(ax^2+bx+c)+dx+e = 0.$$

Ponendo $x^2 = y$ otteniamo

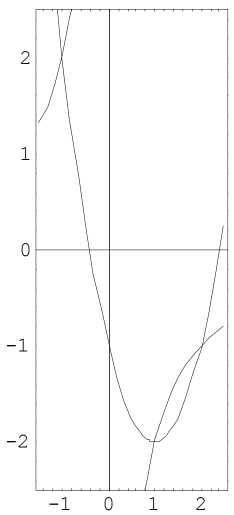
$$y(ay+bx+c)+dx+e = 0$$

In definitiva l'equazione (3.2) può essere considerata la risultante del sistema

$$\begin{cases} y(ay+bx+c)+dx+e = 0 \\ y = x^2 \end{cases}$$

La prima equazione rappresenta una iperbole mentre la seconda una parabola. Pertanto l'equazione (3.2) si può risolvere tracciando tali coniche e prendendo le ascisse dei punti di intersezione. Naturalmente si potrebbe procedere anche in molti altri modi.

Per quanto riguarda la duplicazione del cubo, si tratta, dato lo spigolo di lunghezza l, di trovare un segmento x tale che $x^3 = l^2$. Come abbiamo visto con Cartesio, non è difficile calcolare un segmento di lunghezza l^2. La duplicazione del cubo si riconduce allora alla risoluzione di una semplice equazione di terzo grado.
Anche la trisezione dell'angolo si riconduce alla soluzione di una equazione di terzo grado (per dimostrarlo è necessaria un po' di trigonometria).



Esempio. Consideriamo l'equazione

$$x^3\text{-}2x^2\text{-}x+2 = 0.$$

Mettendo in evidenza x otteniamo $x(x^2\text{-}2x\text{-}1)+2 = 0$, ponendo $y = x^2\text{-}2x\text{-}1$ e sostituendo otteniamo il sistema

$$\begin{cases} xy+2 = 0 \\ y = x^2\text{-}2x\text{-}1 \end{cases}$$

Pertanto le radici, che sono -1, +1, +2, si ottengono intersecando un iperbole ed una parabola (si vedano le figure accanto).

Esempio. Consideriamo l'equazione

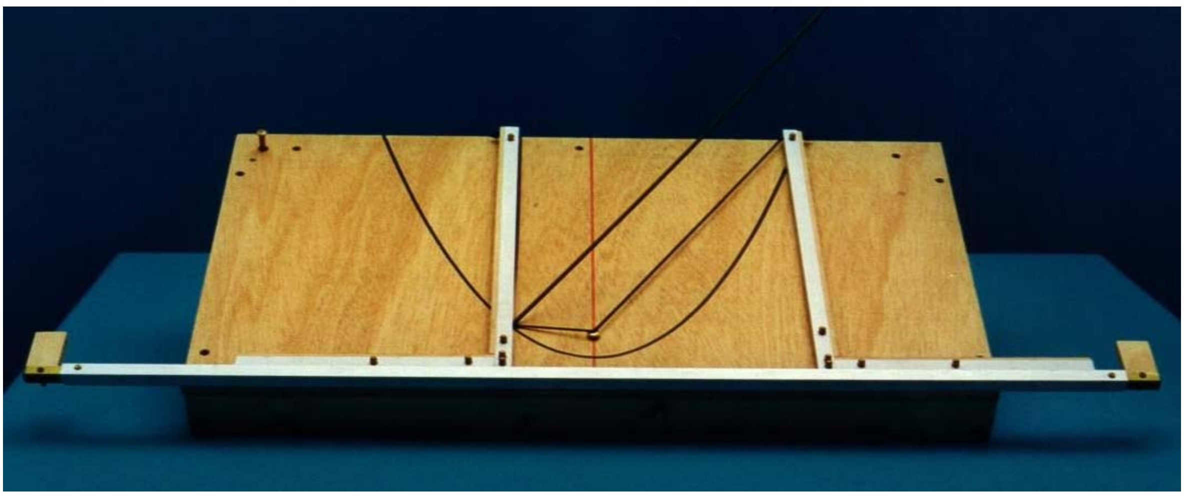
$$x^4\text{-}x^3\text{-}3x^2\text{-}4 = 0. \qquad (3.3)$$

Ponendo $y = x^2$ e poi sostituendo otteniamo il sistema di due equazioni di secondo grado

$$\begin{cases} y^2\text{-}xy\text{-}3y\text{-}4 = 0 \\ y = x^2. \end{cases}$$

L'equazione (3.3) si risolve intersecando le relative coniche.

Da notare che il disegno delle coniche veniva fatto con "macchine" che tracciavano le curve in modo meccanico allo stesso modo come un compasso traccia un cerchio. Ad esempio in un bel sito sulle "macchine matematiche" viene riportata la seguente macchina per tracciare parabole[2]:



[2] *Si veda all'indirizzo http://www.museo.unimo.it/theatrum/macchine/_00lab.htm.*

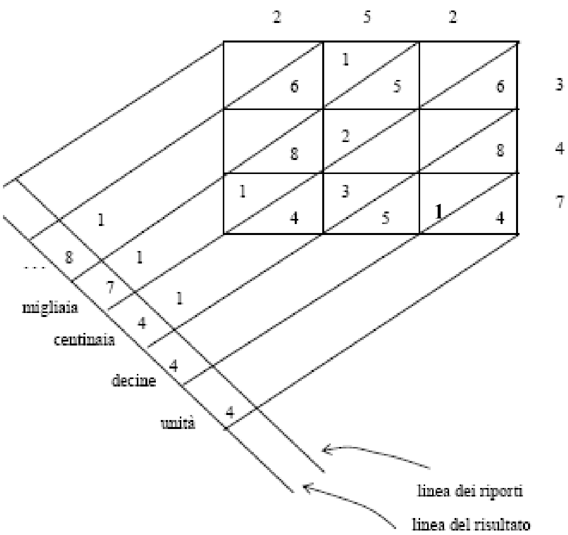
4. I bastoncini di Nepero.

Eseguire dei calcoli è operazione difficile e lenta e spesso la noia che ne deriva è la causa principale della disaffezione che la maggioranza della gente prova nei confronti della matematica.

Ho cercato sempre - usando tutti i mezzi che avevo a disposizione e con le forze che il mio intelletto mi ha dato - di rendere più agevole e spedito questo processo.
È con questo scopo ben fisso nella mente che ho elaborato il metodo dei logaritmi, a cui ho dedicato molti anni di studio... Nello stesso tempo, a beneficio di chi volesse far uso solo dei numeri naturali, ho predisposto altri tre brevi metodi di semplificazione dei calcoli. Il primo dei quali e stato battezzato Rabdologia e si basa sull'uso di alcune asticelle su cui sono scritti i numeri... **Nepero, Rabdologia, p. 1**

Uno dei forti limiti degli abachi è la difficoltà di effettuare le moltiplicazioni le quali dovevano essere eseguite, in modo alquanto complicato, come addizioni iterate. Macchine per effettuare le moltiplicazioni sono legate ad un metodo antico di calcolo diffuso presso gli arabi che viene detto a *'graticola'* o a *'gelosia'*. Tale denominazione viene spiegata da Luca Pacioli nella *Summa de Aritmetica* del 1494 al modo seguente:

gelosia intendiamo quelle graticelle che si costumano mettere alle finestre de le case dove habitano done, acio che non si possino facilmente vedere.



Ecco il metodo:
Dovendo moltiplicare due numeri come 252 e 347, si costruisce un rettangolo diviso in nove rettangoli più piccoli. Ciascun rettangolo viene diviso in due parti da una diagonale come indicato in figura. I numeri da moltiplicare si pongono sui due lati del rettangolo. All'interno dei rettangoli piccoli viene posto il prodotto dei due numeri corrispondenti, scrivendo la parte intera al di sotto della diagonale e le decine al di sopra
Il risultato si ottiene sommando i contenuti delle strisce trasversali individuate dalle diagonali (strisce che corrispondono alle unità, alle decine, alle centinaia ...) e tenendo conto dell'eventuale riporto.

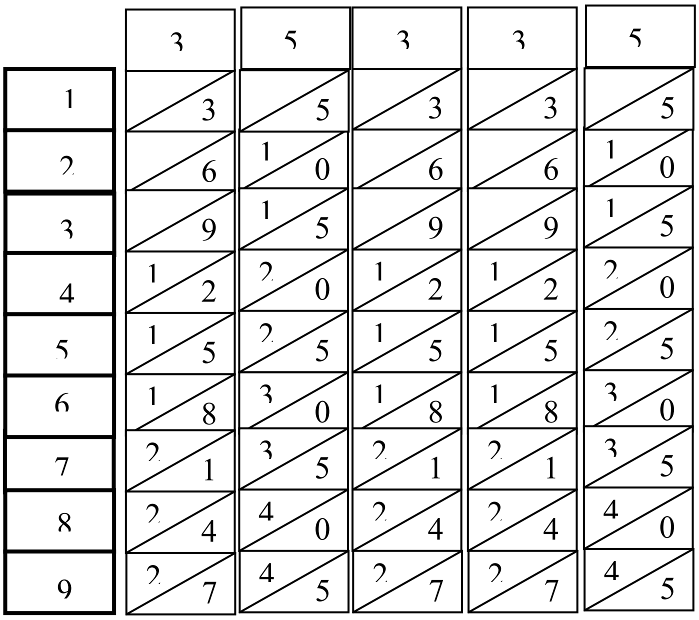
Una scatola con i bastoncini di Nepero

Tale metodo fu ripreso dallo scozzese Giovanni Nepero (1550-1617) famoso per avere introdotto l'uso dei logaritmi e delle relative tavole per l'esecuzione di calcoli. Nepero propose però di utilizzare, al posto di un disegno su di un foglio una sequenza di bastoncini che corrispondevano alla moltiplicazione per 1, per 2 ...

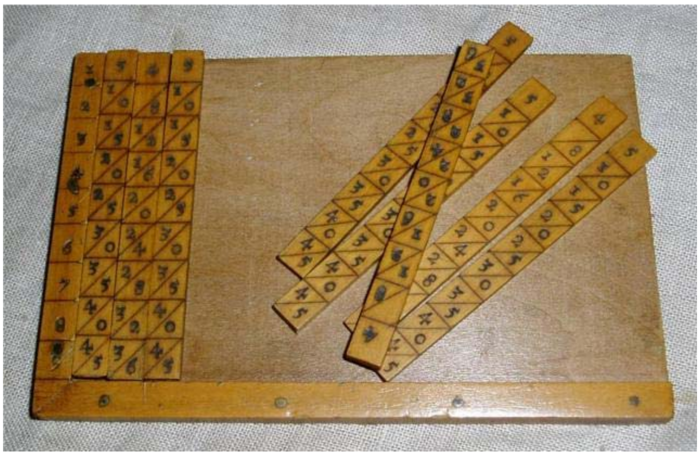
Tali bastoncini permettevano di moltiplicare un numero di una sola cifra *n* per un qualunque numero, senza usare la Tavola Pitagorica. Si usava un regolo *fisso* con i numeri da 0 a 9 sul quale veniva individuato il numero *n* ad una sola cifra e dieci tipi di regoli *mobili*, ciascuno diviso in 10 quadrati.

Questi, a loro volta, erano tagliati da una diagonale, sopra la quale stavano i numeri delle decine, mentre sotto stavano i numeri delle unità.

Facciamo un esempio: moltiplichiamo 7 × 35335. Accanto al regolo fisso si pongono i regoli 3, 5,3,3,5. Poi si legge nella riga 7 del regolo fisso. Si leggerà da destra verso sinistra,
5 unità + (1+3) decine (1+2) centinaia +(5+2) migliaia +(1+3) di diecimila + 2 di centomila
ed il risultato sarà 247345.



Può presentarsi anche il problema del riporto. Ad esempio se si vuole 6× 35335 allora si avranno
0 unità + (8+3) decine + (8+1) centinaia + (0+1) migliaia + (8+3) di diecimila + 1 di centomila che sarà uguale a 212010. Naturalmente non è difficile leggere il risultato direttamente da sinistra verso destra. Ad esempio 5 × 35335 si può leggere direttamente come il numero 176675. In un certo senso siamo in presenza di una sorta di estensione della tavola pitagorica.



Affianco riportiamo la fotografia di una semplice realizzazione dei bastoncini di Nepero.

5. Un potente calcolatore analogico: il regolo calcolatore.

Nel 1614 Nepero introduce i logaritmi, grandezze tabulate che consentono di ricondurre le moltiplicazioni alle addizioni e le divisioni alle sottrazioni, semplificando grandemente i calcoli. Infatti ricordiamo che la funzione logaritmo (ad esempio in base 10) gode della seguente fondamentale proprietà

$$log(x \cdot y) = log(x)+log(y).$$

Ne segue che, dovendo moltiplicare i numeri x ed y, posso usare la formula

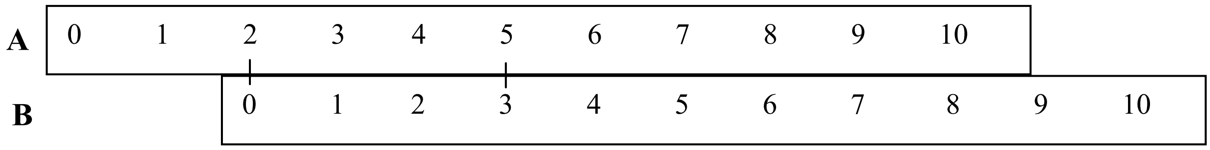
$$x \cdot y = 10^{log(x)+log(y)}$$

In altre parole:

- devo trasformare i numeri *x* ed *y* nei rispettivi logaritmi
- devo eseguire l'addizione *log*(*x*)+*log*(*y*)
- devo tornare indietro tramite la funzione inversa del logaritmo (cioè l'esponenziale).

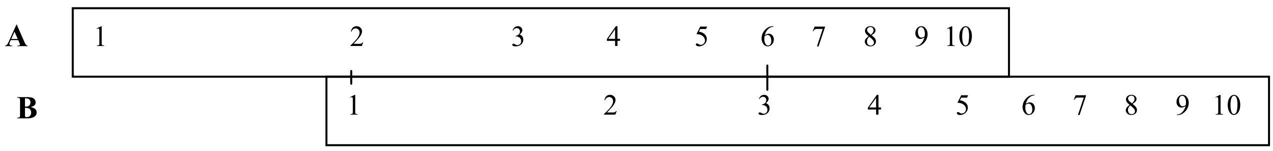
Scrivendo delle tavole che permettono di associare ad ogni numero il relativo algoritmo e viceversa, si ottiene pertanto che la moltiplicazione si traduce in una semplice somma. Naturalmente per lo stesso motivo la divisione si traduce in una differenza. Le tavole dei logaritmi, soprattutto quelli in base 10 introdotti dall'inglese Henry Briggs (1561-1630), sono state utilizzate proficuamente fino ai giorni nostri. Da notare che il fatto che tali tavole sono scritte in un libro niente toglie al fatto che si tratta a tutti gli effetti di "macchine" per effettuare calcoli

Lo sviluppo naturale delle tavole logaritmiche è il *regolo calcolatore*. Questa macchina, al cui sviluppo hanno contribuito soprattutto studiosi inglesi del '600, è costituita da due listelli scorrevoli con tacche numerate. Per capire l'idea cominciamo con l'osservare che l'addizione di due numeri corrisponde al "fenomeno fisico" della traslazione di un righello rigido lungo una linea. Pertanto se vogliamo costruire una macchina per le addizioni (ad esempio per i numeri da 0 a 10) possiamo procedere al modo seguente. Costruiamo due regoli uguali con 11 tacche equidistanti numerate da 0 a 10:



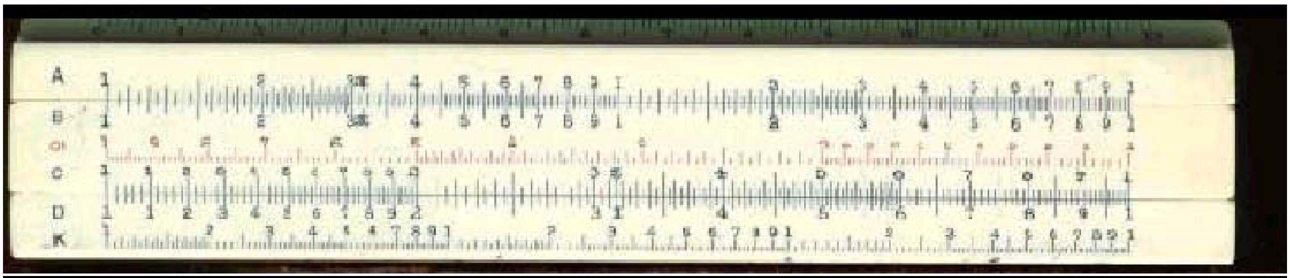
2+3 = 5

Allora per effettuare la somma di 2 più 3 è sufficiente portare la tacca 0 di B sulla tacca 3 di A e poi leggere (in A) in corrispondenza della tacca 3.
Costruiamo invece un regolo capace di fare le moltiplicazioni, ad esempio di numeri compresi tra 1 e 10. Costruiamo due listelli con una serie di "tacche" numerate da 1 a 10. La tacca *n*-esima viene posta ad una distanza *Log*(*n*) dalla prima. Ad esempio la tacca corrispondente al numero 2 viene posta ad una distanza *Log*(2) = 0.30 dalla prima tacca, quella corrispondente al numero 3 ad una distanza *Log*(3) = 0.47, ...
Si ottiene una situazione del genere dove i numeri non si presentano equidistanti ma si avvicinano man mano tra loro, ...



2·3 = 6

Allora è evidente che per moltiplicare, ad esempio, 2 per 3 devo porre la prima tacca di *B* al posto 2 di *A* e poi andare a leggere nel punto 3 di *B* il punto corrispondente in A. Naturalmente ottengo il numero 6. Infatti il segmento 1-3 di *B* (di lunghezza Log(3)) ha effettuato una traslazione pari al segmento 1-2 (di lunghezza *Log*(2)) facendo raggiungere al punto tre una posizione pari a *Log*(2)+*Log*(3) = *Log*(6). Ma questa posizione corrisponde alla tacca del 6.
Naturalmente un tale tipo di calcolatore è alquanto limitato perché può eseguire solo moltiplicazioni per numeri interi da 1 a 10. Se si vuole estendere tale tecnica di calcolo a numeri diversi basta prolungare i righelli oppure inserire altre tacche tra due successive.

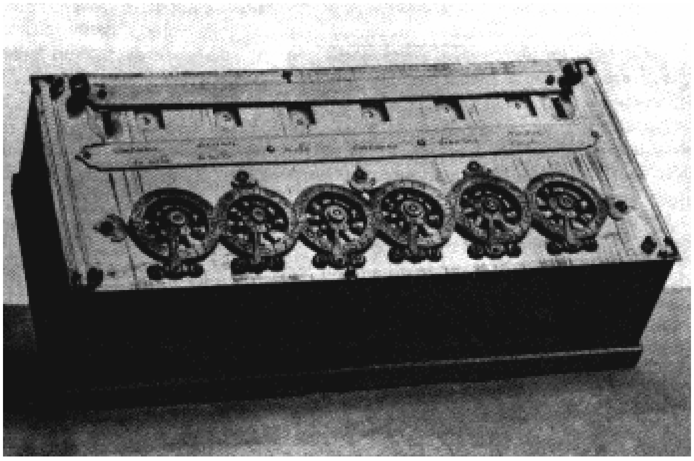


I regoli, come le tavole logaritmiche, sono state le calcolatrici più diffuse. Fino a pochi anni fa non esisteva ingegnere o geometra che non ne possedesse uno. Sopra ho riprodotto un regolo calcolatore tascabile in cui il regolo scorrevole era inserito al centro del regolo fisso. Si producevano anche regoli da tavolo molto più grandi. Infatti è evidente che maggiore è la grandezza di un regolo maggiore è la sua precisione.

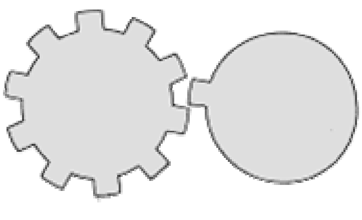
Una calcolatrice analogica. Il regolo è un esempio importante di *calcolatrice analogica*, macchina cioè nella quale i calcoli numerici vengono svolti rappresentando "fisicamente" le grandezze in gioco (e quindi in modo approssimato) e traducendo i calcoli matematici in trasformazioni "fisiche" operate sulla macchina. In questo caso ci si riferisce al fenomeno della traslazione di regoli rigidi lungo una direzione fissata. Una caratteristica di tali tipi di macchine, che lavorano sul continuo, è quella della *interpolazione* e di un buon *controllo dell'errore*.
- Interpolazione significa che nel caso in cui i numeri da moltiplicare non sono segnati sul regolo, lo stesso può essere eseguito il calcolo portando le tacche in punti che approssimativamente corrispondono a tali numeri. In tale modo il risultato ottenuto è approssimativamente giusto.
- Controllo dell'errore significa che se viene commesso un piccolo errore nel posizionare le tacche e nel far scorrere i regoli allora i risultati ottenuti risultano ancora adeguatamente esatti.

A questo genere di macchine si contrappongono le cosiddette *macchine digitali*, di cui sono un esempio notevole gli attuali computer elettronici. Tali macchine lavorano sul discreto possono lavorare solo su dati precisi e non hanno un naturale meccanismo di interpolazione. Basta inoltre un minimo errore nell'introduzione dei dati (ad esempio la mancanza di una virgola oppure l'avere scritto una cifra in più) perché i risultati divengano completamente sbagliati. L'abaco è un altro esempio di macchina digitale.

6. Pascal e Leibniz: filosofi che fabbricano calcolatrici

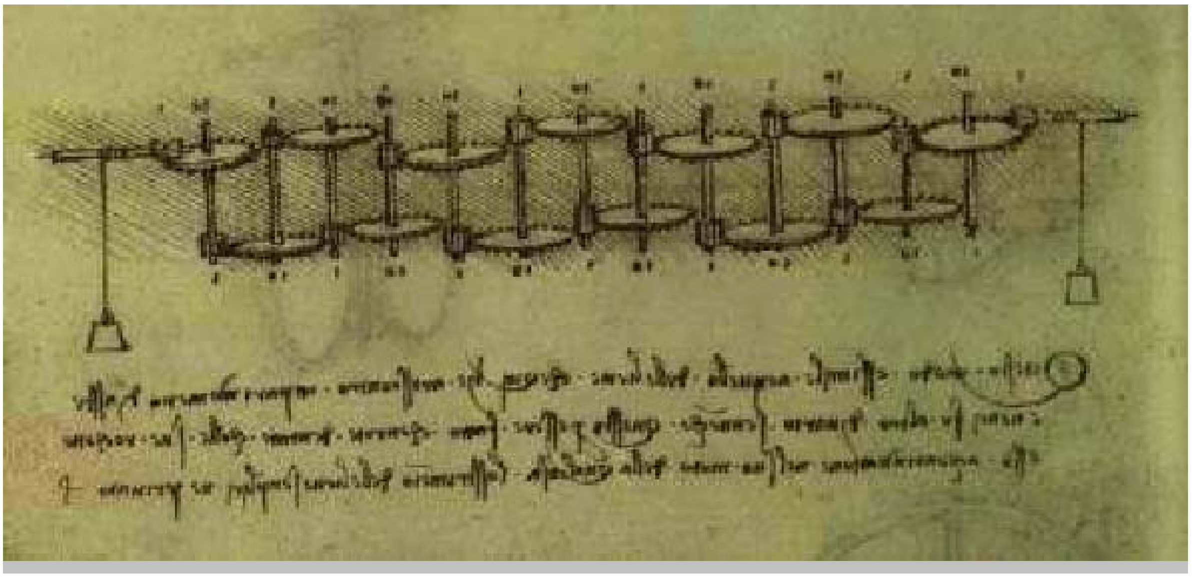


Nel corso del '600 vedono la luce anche le prime calcolatrici digitali meccaniche. La prima realizzazione che ebbe successo è dovuta al matematico e filosofo francese Blaise Pascal (1623-1662): nel 1642, volendo facilitare il padre nell'esecuzione di calcoli finanziari, egli realizza una calcolatrice meccanica, che in seguito verrà chiamata *Pascalina*, in grado di effettuare addizioni e sottrazioni. Questo strumento si basa sui movimenti di ruote dentate: fare una somma corrisponde ad effettuare rotazioni successive; e quando una ruota completa un giro fa avanzare di una posizione la ruota successiva realizzando l'operazione del riporto. La macchina era costituita da una serie di ruote dentate, una rappresentava le unità, la successiva le decine, poi le centinaia e così via (le ruote dentate erano 8). Sulla loro circonferenza erano scritti i numeri da 0 a 9. Era possibile eseguire addizioni e sottrazioni con riporto automatico fino ad otto cifre. Nel disegno a sinistra, viene esemplificato il meccanismo che permette alla Pascalina di riportare i numeri da una ruota a quella successiva.

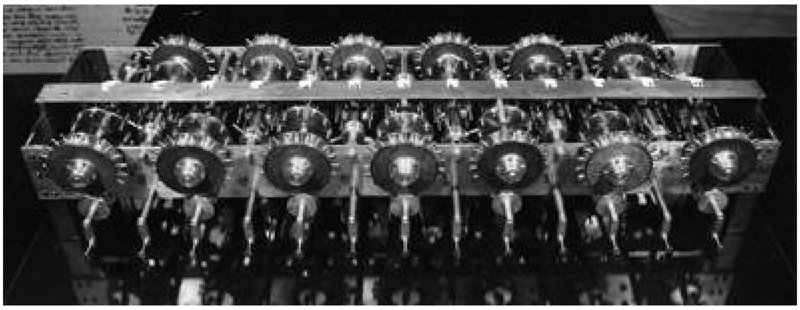


Ogni volta che la ruota di destra (le unità) compie un giro completo, il suo unico dente fa scattare di un'unità la ruota successiva posta a sinistra (le decine). Con lo stesso meccanismo, le decine fanno scattare le centinaia, queste ultime le migliaia e così via. Sotto è riprodotto l'interno di una pascalina.

E' importante anche osservare che fin dal 1500 Leonardo da Vinci progettò una calcolatrice (si veda la riproduzione riportata sul frontespizio di questi appunti) con una serie di ruote dentate opportunamente concatenate. Nel seguito riportiamo il disegno di Leonardo.



Non sembra che Leonardo abbia mai realizzato la sua macchina. Nel seguito una foto di un modello che si è recentemente ricostruito della macchina di Leonardo.



Ispirato dalla macchina di Pascal, un altro grande matematico e filosofo, il tedesco Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716), realizza nel 1671 una calcolatrice meccanica in grado di effettuare le quattro operazioni e l'estrazione di radice. La moltiplicazione si riconduce a ripetute somme di uno dei fattori e di suoi multipli di 10, 100, ...

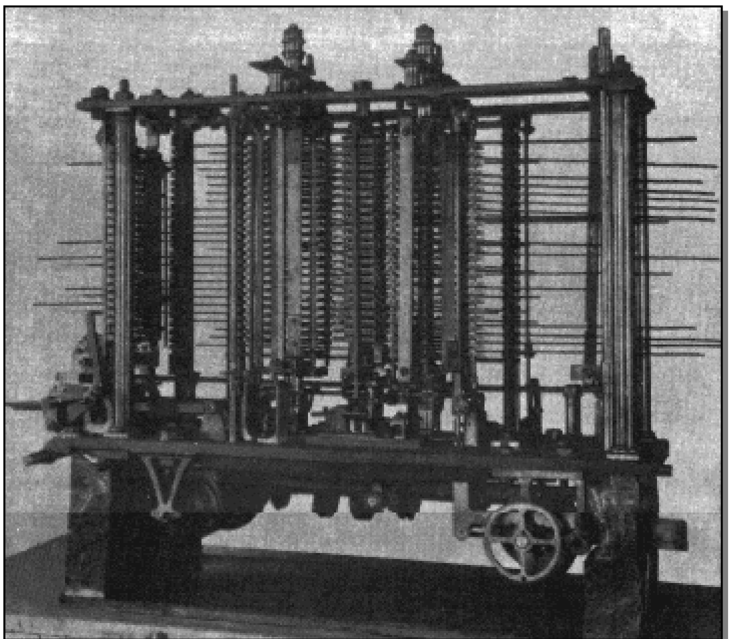
Una delle difficoltà principali che si incontrò nella costruzione di calcolatrici meccaniche, è la difficoltà di costruirne i componenti cosa che richiedeva una grande abilità e precisione. In effetti nel '700 furono costruite varie macchine di questo genere, raffinate ma estremamente costose, le quali costituivano più degli oggetti ornamentali che degli strumenti di lavoro. Solo all'inizio dell'800 i progressi della meccanica verificatisi con lo sviluppo delle attività industriali hanno reso possibile produrre in serie meccanismi di elevata precisione e quindi di costruire calcolatrici commerciabili. La prima di queste l'*Arithmometre* dovuto a Thomas de Colmar, un assicuratore-tecnologo, fu realizzata nel 1820 ed ebbe un buon successo commerciale fino alla fine del secolo.

Successo ancor maggiore si ebbe, a partire dalla fine dell' 800, con la realizzazione di calcolatrici elettromeccaniche.

7. Babbage, Ada Lovelace e la programmazione

Innovazioni fondamentali per le macchine di calcolo vennero proposte (e purtroppo realizzate solo in piccola parte) nella prima metà dell'800 dall'inglese Charles Babbage (1792-1871) che può considerarsi il grande precursore del calcolo automatico. Egli nel 1822 era riuscito a realizzare una macchina, chiamata *differential engine*, che consentiva di calcolare valori di polinomi con 6 cifre decimali; a questa macchina si potevano richiedere operazioni diverse modificando l'assetto di alcune rotelle di controllo e questo rendeva possibile costruire tavole numeriche con grande efficienza. Questo successo gli consentì nel 1823 di ottenere dal governo inglese un ingente finanziamento per la costruzione di una macchina molto più complessa che doveva operare con 26 decimali. Questa realizzazione richiedeva la soluzione di moltissimi problemi meccanici che impegnavano pesantemente Babbage; questi poi era portato ad apportare continui miglioramenti ai progetti. A partire dal 1830, inoltre, Babbage fu indotto a progettare una macchina ancor più ambiziosa chiamata *analytical engine*, la quale, nelle intenzioni del suo ideatore, avrebbe dovuto avere molte caratteristiche del moderno computer.

Intanto nel 1805 il francese Joseph Marie Jacquard (1752-1834) aveva realizzato il primo telaio automatico pilotato da *schede perforate* che consentivano di controllare il disegno delle stoffe e dei tappeti in produzione. Questo tipo di macchina si diffuse rapidamente in molti paesi, anche per merito del disinteressamento di Jacquart nei confronti dello sfruttamento commerciale delle sue idee, e costituisce il primo importante esempio di automatizzazione della produzione industriale. Babbage ebbe l'idea di dotare il suo calcolatore di dispositivi che consentissero di servirsi di schede perforate per introdurre sia i dati da elaborare che istruzioni in grado di



controllare la sequenza delle operazioni da effettuare ad ogni esecuzione.

Figura 1: La macchina analitica di Babbage

Per l'*analytical engine* infatti erano previsti registri nei quali memorizzare dati numerici separati dai dispositivi di calcolo; questi avrebbero dovuto essere governati da un controllo sequenziale dotato di possibilità di scelte e diramazioni. A Babbage era molto chiaro che la sua apparecchiatura sarebbe stata in grado di effettuare una grandissima varietà di calcoli numerici.

La realizzazione dell'analytical engine, benché Babbage vi profondesse ingegno, duro lavoro e parte del suo non trascurabile patrimonio, incontrava grandi difficoltà. In effetti le limitazioni della tecnologia del tempo richiedevano di progettare e produrre quasi tutte le componenti ed il progetto era estremamente impegnativo, anche al livello del disegno dei pezzi. Inoltre la tendenza di Babbage ad apportare modifiche migliorative ai progetti, ne ritardava la realizzazione o lo poneva in conflitto con alcuni collaboratori. La più importante collaboratrice di Babbage fu la figlia del poeta Lord Byron, Ada Augusta contessa di Lovelace (1815-1852), la quale si dedicò allo studio delle istruzioni da fornire all'*analytical engine* per calcoli impegnativi. Molti storici la considerano la prima programmatrice della storia. Alla fine il progetto della macchina analitica fu abbandonato, in quanto il governo inglese non era disposto a proseguire a finanziare un'impresa di cui non si vedeva la conclusione. Resta il fatto che in questa impresa sono state sviluppate alcune idee fondamentali per la progettazione di macchine per il calcolo automatico. Tali idee rimarranno inutilizzate e dimenticate fin poco prima della II guerra mondiale.

Babbage non completò mai la sua macchina. Gli ingranaggi e il vapore non erano all'altezza del compito che erano chiamati ad assolvere. Alla fine della macchina analitica fu costruito solo un piccolo modello che non funzionò mai.

8. Hilbert e Turing: la logica matematica per la teoria del calcolatori

Un contributo essenziale ad una definizione rigorosa della nozione di algoritmo e di computabilità fu portato dalla logica matematica nella prima metà del novecento. Ricordiamo che a partire dalla fine dell'800 si era sviluppato un importante filone di studi teso a costruire dei solidi fondamenti per la matematica e che era culminato nella proposta del grande matematico tedesco David Hilbert (1862-1943), di basare la matematica su sistemi logici formali. La matematica per Hilbert poteva essere identificata con l'elaborazione di "stringhe" di simboli, tale elaborazione doveva consentire di passare da alcune stringhe di simboli chiamate *assiomi di una teoria* ad altre stringhe di simboli chiamate *teoremi della teoria*. Ciò avveniva utilizzando "dimostrazioni matematiche" viste come processo di trasformazione di stringhe tramite regole di inferenza. Coerentemente con tale punto di vista, tra i famosi 23 problemi matematici per il XX secolo che Hilbert formulò nel 1900 abbiamo il seguente:

Alan Turing

- esiste un algoritmo generale che consenta di decidere se un' asserzione dell'aritmetica sia un teorema o meno?

Il primo a muoversi per risolvere un tale problema fu il logico inglese Alan M. Turing che nel 1935 scrive un articolo dal titolo *On computable numbers, with an application to the Entschaidungsproblem.* In tale articolo dimostra la non esistenza di un tale algoritmo, cioè, in termini che saranno spiegati precisamente nel Capitolo 4, dimostra uno dei teoremi fondamentali della logica matematica e della teoria della computabilità:

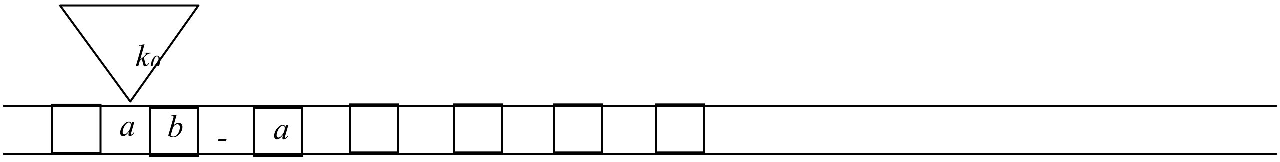
non esiste un algoritmo che data una asserzione dell'aritmetica dica se tale asserzione sia vera oppure no.

Per potere dimostrare un tale teorema ovviamente era prima necessario definire in modo rigoroso che cosa si debba intendere per "algoritmo". Infatti è da notare che mentre l'esistenza di un algoritmo può essere provata tramite una semplice esibizione di un processo che intuitivamente viene accettato da tutti come algoritmo, la situazione per provarne la non esistenza impone una precisa definizione della classe degli algoritmi. Turing pertanto procede al modo seguente:

•definisce il concetto di algoritmo introducendo una nozione precisa e plausibile di "macchina che esegue un calcolo"

•mostra che nessuna delle macchine che entrano nella sua definizione è in grado di risolvere il problema suddetto

La macchine proposte da Turing, che esamineremo più in dettaglio nel capitolo 3, costituiscono una nozione completamente teorica e formale. Egli immagina marchingegni con testina di scrittura/lettura su di un nastro bidirezionale "potenzialmente" illimitato. Sul nastro possono essere scritti vari simboli e la macchina può assumere vari stati. Ad ogni istante la macchina si trova in uno stato e la testina è posata su un punto del nastro e legge quello che vi è scritto. Il comportamento della macchina è quello di potere spostare la testina a destra, a sinistra, lasciarla ferma, stampare un carattere al posto di quello esistente. Il tipo di comportamento dipende, in modo deterministico, dallo stato in cui è la macchina in quel determinato istante e dal simbolo letto sul nastro.



Il disegno rappresenta una macchina di Turing che è nello stato k_0 e che legge il simbolo *a* scritto sul nastro.

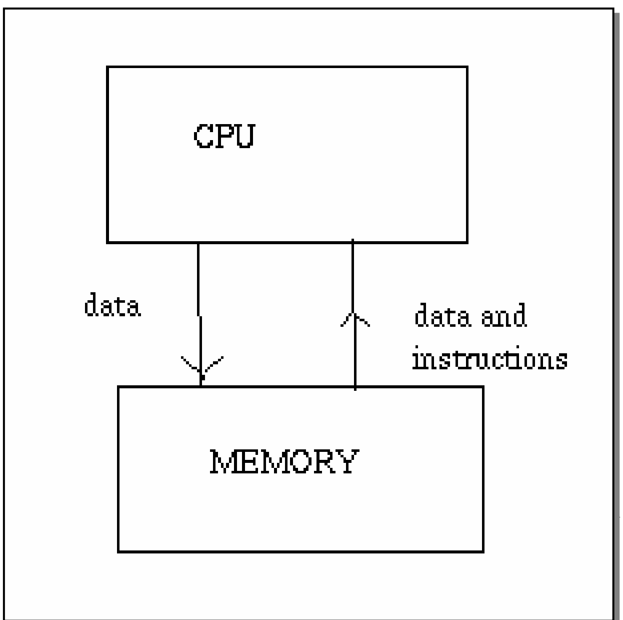
A dispetto dell'aspetto molto semplice, le macchine di Turing sono uno strumento estremamente potente. Infatti fino ad ora non è mai stata trovata una funzione (intuitivamente) calcolabile che non sia calcolabile tramite una opportuna macchina di Turing. Ciò suggerisce che la definizione proposta da Turing di algoritmo sia adeguata. E' opportuno osservare che le macchine di Turing, non rivestono interesse pratico diretto in quanto tali macchine risultano estremamente inefficienti. Il loro studio però consente di vedere in modo unitario tutte le elaborazioni automatiche e permette di studiare alcune caratteristiche fondamentali che devono avere tutti i meccanismi per il calcolo automatico; quindi tale studio ha conseguenze pratiche indirette di grande rilievo.

Il teorema di Turing è il primo di una serie di ricerche che hanno portato ad individuare dei limiti per la matematica e per gli automatismi. Infatti Gödel, con il suo cosiddetto *teorema di incompletezza*, dimostrò impossibile garantire fondamenti veramente inattaccabili per le teorie matematiche (come invece aveva sperato Hilbert).

Oltre Turing buona parte dei logici del tempo si occuparono della teoria della computabilità e della nozione di algoritmo e proposero diverse definizioni che poi si dimostrarono essere equivalenti.

9. L'architettura di Von Neumann e gli attuali calcolatori

Un fondamentale contributo alla definizione del moderno computer viene dato dal grande matematico Janos Von Neumann (1903-1957), nato a Budapest ma dagli anni '30 operante presso il prestigioso Institute of Advanced Studies (IAS) di Princeton. Egli nei suoi studi sulla bomba H fu uno degli utenti di Mark I ed insieme a P. Eckert e Mauchly comprese l'importanza dell'avere il programma nella stessa memoria del computer: trattando le istruzioni come informazioni di natura sostanzialmente simile alle informazioni numeriche o simboliche si avevano vantaggi di efficienza realizzativa e flessibilità. Sulla base delle idee di Von Neumann, all'Università di Pennsylvania, si diede l'avvio alla costruzione di EDVAC (Electronic Discrete Variable Automatic Computer) completata nel 1950. I moderni computer digitali sono quasi tutti basati su un'architettura definita nel 1945 da Von Neumann nel progetto dell'elaboratore EDVAC. L'elaboratore di Von Neumann è costituito da due organi di base, il *processore* e la *memoria centrale (vedi figura 2.2c)*. Le operazioni degli attuali computers possono essere modellate nell'esecuzione del ciclo seguente:



1. *preleva un istruzione dalla memoria*
2. *preleva i dati richiesti da tale istruzione dalla*

memoria

3. *esegui l'istruzione*
4. *memorizza i risultati in memoria*
5. *vai al punto 1*

FIGURA 2.2c - Semplice rappresentazione dell'architettura di Elaboratore Von Neumann

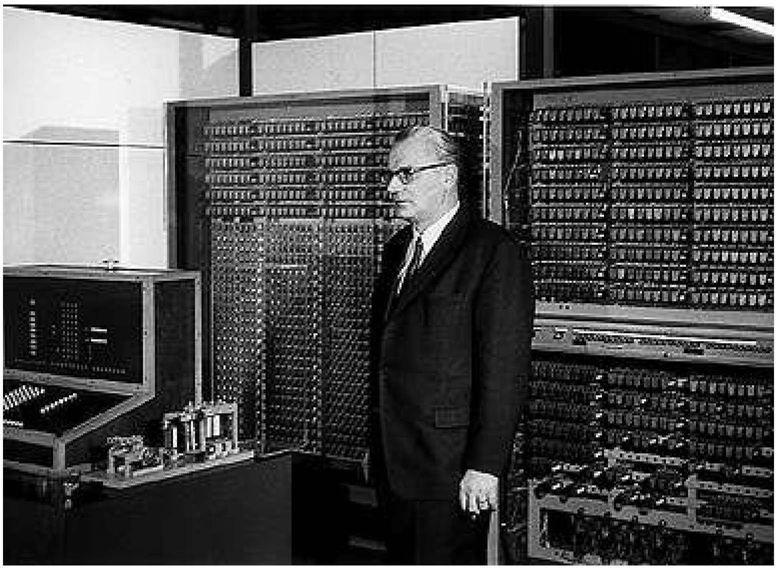
L'elaboratore di Von Neumann è una macchina di calcolo equivalente a quella di Turing, ed è caratterizzata dai seguenti punti:

- *Linguaggi di programmazione. Tali linguaggi sono utilizzati per esprimere gli algoritmi e sono costituiti da statement che si ottengono applicando un insieme finito di regole di composizione a un numero finito di simboli base.*
- *Programmabilità. Si intende in tal modo la possibilità concreta di comunicare all'elaboratore il programma scritto alla macchina. Dal punto di vista dell'utente tale processo di comunicazione può essere mediato da un compilatore.*
- *Universalità. Essendo equivalente a una macchina di Turing, un calcolatore Von Neumann può calcolare qualsiasi funzione computabile.*
- *Sequenzialità. Un computer di Von Neumann lavora in modo sequenziale eseguendo una singola operazione elementare alla volta.*
- *Inefficienza. I computer di Von Neumann utilizzano in modo non ottimizzato le risorse di spazio, tempo ed energia. Il processore, a causa della sequenzialità con cui esegue le istruzioni, è inattivo per la maggior parte del tempo.*

Intorno al 1935, vengono abbozzati i primi progetti di macchine che consentano di eseguire calcoli automatici. Buona parte di essi hanno l'appoggio di università, ambienti militari e industrie. La progettazione dei primi computers si deve soprattutto al tedesco Konrad Zuse (1910-1995) ed agli americani John Vincent Atanasoff (1903-1995), George Robert Stibitz (1904-) e Howard Hathaway Aiken (1900-1973). Zuse fu il primo in molte realizzazioni (i suoi primi progetti risalgono al 1934); egli però lavorò assai isolato e fu fortemente svantaggiato dal sopravvenire della seconda guerra mondiale.
Dal 1937 al 1942 presso l'Università dell'Iowa il fisico Atanasoff, con l'assistenza di Clifford E. Berry, ma anch'egli sostanzialmente isolato, costruì, dopo un prototipo elettromeccanico, una macchina in grado di risolvere sistemi di equazioni lineari. Nel 1939 Aiken iniziò a costruire presso l'Università di Harvard, con la collaborazione di tecnici della IBM, un calcolatore elettromeccanico, basato sui relais, completamente automatico. La costruzione di questa macchina, per la quale si utilizzarono ampiamente componenti di apparecchiature meccanografiche, fu completata nel 1944 e venne chiamata Automatic Sequence Control Calculator Mark 1. Essa era lunga 15m e alta 2.4; dati e istruzioni venivano forniti tramite schede perforate, le elaborazioni venivano effettuate mediante relais ed i risultati venivano perforati su schede o stampati su telescrivente; in media un'addizione richiedeva 0.3 sec e una moltiplicazione 4 sec. Contemporaneamente si era avviata la costruzione di calcolatori con componenti elettroniche. E' da rilevare che queste realizzazioni avevano ottenuto rilevanti finanziamenti militari, in relazione alle prospettive di utilizzarli per calcoli balistici, per decrittare i messaggi del nemico e per altri scopi bellici.
Nel 1946, presso l'Università di Pennsylvania, J. Presper Eckert e John W. Mauchly, influenzati dalle idee di Atanasoff, completano la costruzione dell'ENIAC (Electronic Numerical Integrator And Computer). Si

trattava di una macchina di calcolo enorme, la più grande mai costruita: occupava una superficie di oltre 160m^2 e conteneva circa 19000 valvole termoelettroniche. Essa veniva programmata mediante un pannello esterno con collegamenti modificabili.
Occorre però dire che il primo computer dotato di programma memorizzato era stato EDSAC (Electronic Delay Storage Automatic Calculator) realizzato nel 1949 in Inghilterra, presso l'Università di Cambridge, da un gruppo guidato da Maurice Vincent Wilkes (1913-). In Inghilterra erano state maturate notevoli competenze nel settore. In particolare nel 1943 era diventata operativa una macchina elettronica chiamata Colossus specializzata nella decifrazione di documenti in codice. Questa macchina era riuscita ad infrangere il codice Enigma utilizzato dalle armate tedesche ed aveva avuto un ruolo molto importante nelle vicende belliche. Colossus dunque era stata la prima macchina elettronica, realizzata prima di ENIAC; essa però è rimasta coperta da segreto militare. Al gruppo degli utilizzatori di Colossus aveva partecipato un gruppo di giovani brillanti matematici inglesi, tra i quali lo stesso Turing. Questi prese parte anche alla progettazione di altri elaboratori ed effettuò studi che vengono considerati pionieristici per lo sviluppo dell'Intelligenza Artificiale.

Passando da una generazione alla successiva si riscontrano netti avanzamenti nella velocità con la quale si eseguono le operazioni, nella affidabilità (cioè nella capacità di operare senza subire guasti), nella quantità di memoria centrale normalmente disponibile e nelle riduzioni dell'ingombro e dell'energia dissipata.
Negli USA nel 1951 Eckert e Mauchly per la Rand Corporation realizzano il primo computer commerciale, UNIVAC I (UNIVersal Automatic Computer); questo fu anche il primo elaboratore in grado di trattare sia dati numerici che informazioni alfabetiche. Nel 1952 diventa disponibile l'IBM 701, elaboratore venduto in ben 19 esemplari e capostipite della prima serie di macchine che ottiene un pieno successo commerciale restate in auge fino al 1965. Una industria del computer si sviluppa rapidamente anche in Gran Bretagna. Si riscontrano vivaci interessi in tutte le nazioni industrializzate; In Germania Zuse riuscì ad attivare una produzione di calcolatori chiamati Z3.



Konrad Zuse con lo Z3 ricostruito nel 1961. A sinistra la memoria, a destra l'unità aritmetica con relè a passo e la console col lettore a nastro perforato.

In Italia l'Università di Pisa si avvia a costruire CEP, Calcolatore Elettronico Pisano. La Olivetti, prima presso Pisa poi presso Milano, nel 1959 realizza Elea, il primo computer italiano.

Le macchine della prima generazione si basano su componenti la cui manutenzione è alquanto impegnativa come le valvole. Esse quindi hanno grandi dimensioni, dissipano molto calore e richiedono una continua cura. Per soddisfare le richieste di memoria, verso la metà degli anni '50, si introducono gli anellini di ferrite magnetizzabili per la memoria centrale; inoltre si adottano i tamburi magnetici come memorie di massa, cioè come depositi in grado di contenere grandi quantità di dati.

Intorno al 1959 diventano disponibili computers nei quali le valvole sono sostituite dai transistors. Questi danno un enorme vantaggio in termini di dimensioni: un transistor è 1000 volte più piccolo di una valvola. Anche la affidabilità e la velocità crescono molto. Per le memorie di massa prevalgono sui tamburi i dischi

ed i nastri magnetici, molto meno costosi anche se meno efficienti. In questo periodo il computer cessa di essere una macchina esoterica presente solo in pochissimi laboratori ed in grandi organismi amministrativi ma comincia a diventare uno strumento di lavoro utilizzato nei centri di calcolo di molte università, industrie ed enti pubblici. In genere programmi, dati e comandi sono presentati su grossi pacchi di schede perforate che vengono lette rumorosamente dalla macchina.
Queste tecniche, verso la metà degli anni '70, si evolvono nella costruzione di *microprocessori* che a loro volta consentono la costruzione dei *microcomputers*. Il microcomputer si diffonde enormemente a partire dai primi anni '80 sotto forma di *personal computer*, prodotto che rapidamente penetra nei più svariati ambienti di lavoro, nelle scuole e nelle abitazioni private tanto da diventare rapidamente un fenomeno di primaria importanza sociale e culturale. Attualmente si assiste al continuo rapido miglioramento delle tecnologie. Questa tendenza si prevede proseguirà senza sostanziali rallentamenti almeno per una decina d'anni. Più oltre nel tempo è previsto che si faranno sentire i limiti fisici alle prestazioni dei componenti, come il fatto che un dispositivo di memoria deve impegnare un numero minimo di atomi e il fatto che un processo di commutazione tra due stati corrispondenti ai due bits richiede tempi non riducibili al di sotto di certe soglie.

I linguaggi di programmazione.
Tra il 1952 ed il 1954 nascono i primi linguaggi simbolici, del tipo *assembler*, che permettono di esprimere simbolicamente le operazioni richieste e le posizioni di memoria, consentendo un primo sganciamento dal linguaggio puramente numerico della macchina. Successivamente nascono i primi *linguaggi di programmazione procedurali*. I principali sono:
- il Fortran (1956, Formula translation) e l'Algol (1958, Algorithmic language) indirizzati ai calcoli tecnico-scientifici
- il COBOL (1959, Common Business Oriented Language) pensato per le elaborazioni amministrative.

Prima della disponibilità di questi linguaggi i dati da elaborare ed i risultati si dovevano individuare attraverso gli indirizzi delle locazioni di memoria da essi occupate; a loro volta le operazioni si indicavano mediante codici associati ai circuiti esecutivi, codici che avevano un significato solo per le persone che conoscevano i dettagli dei dispositivi. Chi si serve di linguaggi procedurali, invece, individua i dati da elaborare mediante identificatori (nomi) che può scegliere in modo che siano significativi e mnemonici; inoltre individua le operazioni mediante simboli uguali o somiglianti a quelli di uso comune. I linguaggi procedurale consentono un primo progresso decisivo nella attività di programmazione. Innanzitutto permettono di scrivere programmi senza che si debbano conoscere i dettagli operativi di una macchina.