NESTLER

ISTRUZIONE

PER L'USO DEI

REGOLI CALCOLATORI NESTLER

SISTEMI "RIETZ" E "DARMSTADT"

SOCIETÀ TECNICA ITALIANA STI

MILANO

Ed. ALBERT NESTLER A. G. - LAHR / SCHWARZWALD

AI 112/64-G

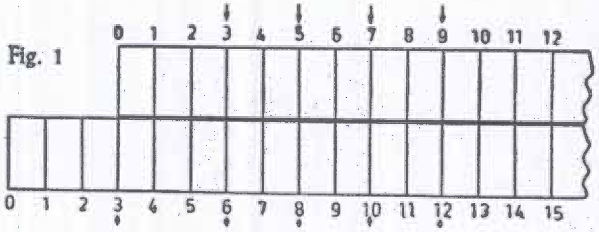
A) Introduzione sul regolo calcolatore semplice

I) Il calcolo mediante regolo calcolatore è un metodo grafico

Quando noi facciamo dei calcoli mediante il regolo calcolatore, non operiamo propriamente con dei numeri ma li sostituiamo con certe determinate lunghezze. Se per esempio accostiamo due scale uguali qualsiasi una all'altra in modo tale che l'inizio della prima venga a porsi in corrispondenza del N° 3 della seconda, osserviamo che di fronte al N° 3 della prima troviamo il N° 6 della seconda, di fronte al N° 4 è il 7, ecc. Questa è un'addizione grafica. Se noi invece procediamo in modo inverso otteniamo, cosa d'altra parte perfettamente intuibile, una sottrazione.

Esempi: 3+3=6 3+5=8 10−7=3 12−9=3

Fig. 1



Lo stesso accade sul regolo calcolatore con la differenza che mediante l'uso di scale logaritmiche facciamo una moltiplicazione invece di una addizione e una divisione invece di una sottrazione.

II) Parti componenti il regolo calcolatore

Il regolo calcolatore è costituito da un corpo recante le scale fisse, detto fisso, e da uno scorrevole, mobile su guide entro la parte fissa, recante sia sulla parte anteriore che su quella posteriore le scale mobili. Sopra la superficie anteriore del regolo calcolatore scorre il corsoio, la cui piastrina in vetro porta incise una o più finissime righe, le quali servono per poter effettuare una più precisa

impostazione dei calcoli e una lettura dei risultati più esatta. Esse permettono inoltre di mettere in relazione tra loro valori trovantisi su scale non adiacenti l'una all'altra. Nel caso dei corsoi con più di una riga, useremo quella centrale per i calcoli normali denominandola per semplicità con la lettera « M »; le altre servono per scopi particolari che verranno spiegati in seguito.

III) Le due scale principali del regolo calcolatore

La parte anteriore del fisso e dello scorrevole di ogni regolo calcolatore è fornita procedendo dall'alto verso il basso delle seguenti scale:

1 - Scala « A », situata sul fisso e costituita da due parti uguali la cui prima parte è numerata da 1 a 10 e la seconda da 10 a 100. (Vedi fig. 2).

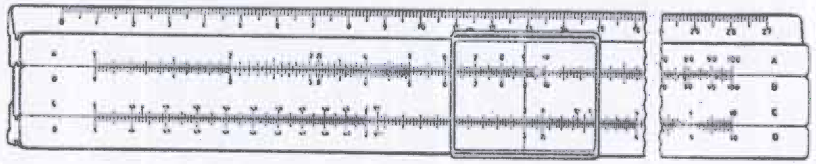


Fig. 2

2 - Direttamente sotto la scala « A » sul bordo superiore dello scorrevole si trova un'identica scala che chiameremo « B ». I valori delle scale « A » e « B » rappresentano i quadrati dei corrispondenti valori delle scale « C » e « D » che verranno descritte in 3 e 4.

3 - Sul bordo inferiore dello scorrevole troviamo la scala « C » che inizia a sinistra con 1 e termina a destra con 10.

4 - In corrispondenza della « C » si trova immediatamente sotto di questa sul fisso, la scala « D » recante la medesima suddivisione.

Sul bordo inclinato del fisso abbiamo inoltre una scala millimetrica e di fronte, sul bordo verticale, una scala in pollici. Nei regoli calcolatori in materia plastica manca la scala in pollici.

Sul retro del fisso si trova poi una tabella con i valori delle costanti di maggior interesse generale.

Nei nostri prospetti sui regoli calcolatori è usata spesso, per indicare un generico valore numerico trovantesi su una qualsiasi scala del nostro regolo, la lettera « n ». Essa ha lo stesso significato della lettera « x » in questo manuale.

IV) La lettura delle scale

Chi vuole usare il regolo calcolatore per fare delle operazioni numeriche deve, prima di tutto, imparare a leggere le sue scale. A

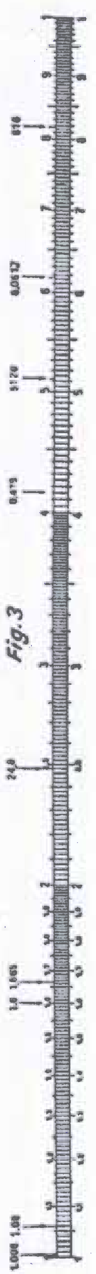


Fig. 3

tal scopo useremo, perchè essa è la più semplice, la scala « D ». (Vedi fig. 3).

Questa scala, come d'altra parte tutte quelle costruite su base logaritmica, va restringendosi con l'aumentare dei valori numerici, ossia nel nostro caso procedendo da sinistra verso destra, cosicchè non è possibile suddividerla ovunque nello stesso modo per evitare che le suddivisioni della scala vengano ad essere troppo vicine l'una all'altra, rendendone la lettura più faticosa.

Il tratto di scala compreso fra 1 e 2 è suddiviso in 10 parti le quali recano scritti a fianco i numeri 1,1 1,2 ecc. fino a 1,9. Ognuna di queste 10 parti è suddivisa a sua volta in altre 10.

Il regolo calcolatore non dà in nessun caso la posizione della virgola.

Poichè su questa scala, che va da 1 a 10 solo apparentemente, devono essere compresi tutti i numeri possibili, è senz'altro intuibile che « 1 » può altresì significare 10, 100, 1000 oppure 0,1; 0,01 ecc., « 2 » parimenti può rappresentare 20 come 0,02 ecc.

Per evitare errori di lettura delle scale, dimenticando uno zero, la cosa migliore è indicarne ogni suddivisione con tre cifre.

Cominciando da sinistra la scala verrà letta pertanto nel seguente modo: 100 (uno-zero-zero), 101 (uno-zero-uno), 102 (uno-zero-due) ecc. La seguente suddivisione numerata è, proseguendo, 110 (uno-uno-zero). Le ultime cinque righe prima del 2, andranno lette 195 (uno-nove-cinque), 196 (uno-nove-sei) ecc. fino a 199 (uno-nove-nove).

Anche il tratto 2-4 è diviso in decimi, di cui però sono solo numerati i punti 2, 3 e 4. D'altra parte però è facile individuare il giusto valore dei decimi che vi sono compresi.

Ognuno di questi decimi è diviso a sua volta in cinque parti. Noi leggiamo perciò incominciando da 2, i seguenti valori: 200 (due-zero-zero), 202 (due-zero-due), 204 (due-zero-quattro) ecc., fino a 248, 250 e proseguendo fino a 396, 398 e finalmente 400.

Il seguente tratto da 4 a 10 è pure diviso tra i valori interi 4, 5, 6, ... 10 in decimi; ognuno di questi decimi è però solo diviso in 2 parti. Perciò i più piccoli intervalli, di questo tratto di scala, che sono ancora segnati sul nostro regolo, sono dei ventesimi.

Iniziando da 4, leggiamo i seguenti valori:

400 (quattro-zero-zero), 405 (quattro-zero-cinque), 410 (quattro-uno-zero), 415 (quattro-uno-cinque) ecc., poi 500 (cinque-zero-zero), 505 (cinque-zero-cinque), 510 (cinque-uno-zero) ecc., fino a 980 (nove-otto-zero), 995 (nove-nove-cinque) e infine nuovamente 100 (uno-zero-zero).

Si eseguano gli esercizi di lettura come segue: si faccia coincidere il tratto « M » del corsoio con una suddivisione qualsiasi della scala « D » e se ne legga il valore nel modo spiegato.

Ciò che abbiamo detto per la scala « D », vale naturalmente allo stesso modo anche per la scala « C », poichè esse coincidono esattamente. Vale però anche per le scale « A » e « B » colla differenza che queste iniziano a sinistra colla suddivisione in cinquantesimi,

come il secondo tratto della « D », continuano con il secondo tratto suddiviso in ventesimi e il terzo in decimi solamente. Per il resto esse sono costituite, come già accennato, da due parti identiche poste una di seguito all'altra, di cui la prima è numerata da 1 a 10 e la seconda da 10 a 100.

Noi abbiamo fino ad ora trattata solamente la lettura e la denominazione di quei valori, che coincidono colle suddivisioni della scala. Però negli esercizi di calcolo che seguiranno e soprattutto nella pratica del calcolo, accade spesso che il risultato si trovi compreso fra due suddivisioni qualsiasi della scala. In tal caso naturalmente siamo costretti a stimare ad occhio il risultato, interpolando fra la suddivisione immediatamente superiore e quella inferiore; in ciò si raggiungerà una grande prontezza con un po' di esercizio.

E' facilmente leggibile il valore numerico di quel punto che si trovi esattamente a metà tra due divisioni tracciate della nostra scala, perchè basta prendere il valore medio fra le 2 suddivisioni immediatamente superiori ed inferiori.

Nel 1° terzo del tratto di scala compreso tra 1 e 2, si possono ancora facilmente interpolare i decimi fra due suddivisioni tracciate, come per esempio in un termometro si possono ancora interpolare i decimi di grado. Si possono perciò impostare numeri come 1,001, 1,002, ... 1,299. Fra 1,3 e 2 ci si accontenterà dei quinti tra due suddivisioni leggendo numeri come, 1302, 1304, 1306, ... 1996, 1998, 2000.

Fra 2 e 2,5 si potranno nuovamente interpolare i decimi leggendo 2002, 2004, 2006, ... 2498. Tra 2,5 e 4 si stimeranno solo i quarti 2505, 2510, 2515, ... 2985, 2990, 2995, ... 3985, 3990, 3995.

Tra 4 e 10 leggeremo solamente i quinti fra le singole suddivisioni cioè numeri come 401, 402, ecc. fino a 998, 999.

Prima di procedere oltre sarebbe bene esercitarsi molto nella lettura dei valori ottenibili mediante interpolazione, fino ad acquistare la pratica necessaria per evitare nei futuri calcoli errori di lettura o d'impostazione.

Tutte queste considerazioni valgono per il modello da 25 cm. Il regolo tascabile da 12,5 cm. presenta una minor numero di suddivisioni mentre quello da 50 cm. ne reca di più.

V) Gli errori di lettura

Una vista acuta ed una buona dose di esercizio sono due fattori molto importanti per impostare e leggere con precisione dei numeri sulle scale del nostro regolo. Se si suppone che l'occhio può compiere durante la lettura un errore di 0,1 mm, si può dimostrare che l'errore medio di lettura in % è

$$e = \frac{0{,}023}{l} = \frac{23}{l}\ \%$$

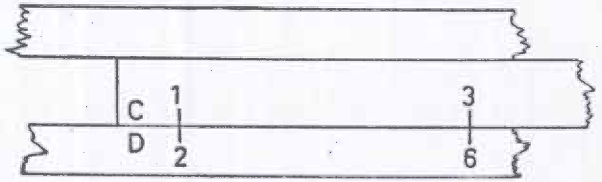
essendo l la lunghezza della scala logaritmica in mm., ossia nel regolo calcolatore tascabile (l=12,5 cm.) è e≈0,2%, in quello normale (l=25 cm.) è e≈0,1% e in quello da 50 cm. è e≈0,06%.

Se in un calcolo dobbiamo effettuare 2, 3, 4 o più approssimazioni, l'errore medio del risultato non sarà uguale a 2, 3, 4 volte «e», ma bensì solamente $e\sqrt{2}$, $e\sqrt{3}$, $e\sqrt{4}$, ecc., ovvero 1,4e, 1,7e, 2e, ecc. Se una sbarra di ferro è lunga 1 metro piuttosto che 999 mm., non avrà probabilmente alcuna importanza pratica; se però, come nel caso della dilatazione termica la differenza di 1 mm. avesse una importanza notevole, si farà in modo di misurare, non la lunghezza totale della sbarra, ma solo l'incremento di lunghezza. A questo scopo però sarebbe già sufficiente con la sua precisione il regolo tascabile. Nel caso di problemi matematici, adatte trasformazioni renderanno sempre possibile, se non lo era già prima, l'uso del regolo calcolatore per risolverli.

VI) La moltiplicazione $(a \cdot b = c)$

Per la moltiplicazione si usano principalmente le scale C-D, perchè danno risultati più esatti delle scale A-B. Come già spiegato nel paragrafo I), per effettuare una moltiplicazione sommiamo due lunghezze.

Fig. 4



Regola: Si faccia coincidere 1 della «C» col primo fattore «a» (moltiplicando) preso sulla scala «D», quindi si sovrapponga la «M» del corsoio al secondo fattore «b» (moltiplicatore) preso sulla «C» e si legga il risultato (prodotto) «c», segnato dalla «M» sulla scala «D». Facciamo un semplice esempio: $c=2 \cdot 3$. Si ponga lo scorrevole a destra fino a che il N° 1 della scala «C» vada a coincidere col N° 2 della scala «D». Ora si sovrapponga il tratto «M» del corsoio al 3 della «C» e si legga sotto, sulla «D» il prodotto «6».

Si ricordi: Il regolo calcolatore dà, oltre al risultato della nostra moltiplicazione «2·3», anche la tabella completa dei prodotti per il fattore «2».

Noi leggiamo: di fronte al

fattore «2», sulla scala «C»:	1,3	1,5	175	2	25	3	36	4	49
il prodotto sulla scala «D»:	2,6	3	350	4	50	6	72	8	98

Notiamo che però non possiamo leggere tutti i risultati perchè sulla destra lo scorrevole sporge dal fisso. In questo caso mettiamo in corrispondenza l'«1» terminale (10) della scala «C» col «2» della «D», trovando così tutti quei prodotti che non potevano essere letti prima.

Si ricordi che lo scorrevole dovrebbe possibilmente essere sempre usato in modo tale che la sua parte maggiore resti all'interno del fisso.

In altre parole, il punto di mezzo dello scorrevole, circa il «3» della scala «C», non dovrebbe possibilmente superare l'«1» o il «10» della scala «D».

Possiamo infine usare anche le scale A-B per effettuare delle moltiplicazioni, ottenendo però dei risultati un po' meno precisi che con le scale C-D. In compenso però abbiamo il vantaggio che tutti i risultati della tabella sopra nominata sono leggibili senza alcuno spostamento dello scorrevole.

VII) La divisione $\left(\frac{a}{b} = c\right)$

La divisione è la funzione inversa della moltiplicazione: essa viene effettuata sottraendo due lunghezze logaritmiche l'una all'altra.

Regola: Si ponga in corrispondenza del dividendo «a», impostato sulla scala «D» (o «A»), il divisore «b», preso sulla scala «C» (o «B») e si legga in corrispondenza di «1» della scala «C» (o «B»), il quoziente «c» sulla «D» (o «A»).

Esempio: 6:3=2. Sono dati «a» = 6 e «b» = 3, troviamo, mediante la sopraccennata regola, «c» = 2 di fronte all'«1» dello scorrevole.

Troviamo inoltre, come prima per la moltiplicazione, una infinità di dividendi (su «D») con i rispettivi divisori (su «C»), che hanno tutti lo stesso quoziente (su «D»):

su C:	2	4	2,6	1,57	quoziente 2
su D:	4	8	5,2	3,14	

Qualora volessimo effettuare la divisione mediante le scale A-B, prendiamo il dividendo su «A» ed il divisore su «B».

VIII) Moltiplicazione e divisione combinata - Proporzioni

Nella pratica del calcolo succede spesso che stando due numeri in una certa relazione fra loro, dato un terzo numero dobbiamo trovarne un quarto, che stia al terzo nello stesso rapporto in cui il secondo sta al primo.

Questo genere di relazione si chiama proporzione. Per poter leggere direttamente, senza ulteriori spostamenti, tutti i possibili risultati della tabella che ne risulta, opereremo con le scale A-B.

Esempio: se 3,50 kg. di un certo materiale costano 7800 lire, quanto costeranno 2,20 kg.? Impostiamo 7,8 su «A» mediante il tratto «M» del corsoio, quindi mettiamo il N° 3,5 della scala «B» in corrispondenza di «M» e leggiamo il risultato «4900» su «A» in coincidenza del N° 2,2 della scala «B» senza interessarci in modo particolare del quoziente della divisione 7,8 : 3,50 che situato in corrispondenza dell'«1» iniziale della scala «B», ci darebbe il costo unitario del nostro materiale.

Si ricordi che con questa posizione dello scorrevole non abbiamo ottenuto solo il prezzo di 2,2 kg., ma anche una intera tabella di valori corrispondentisi. Per ogni peso su «B» troviamo in coincidenza su «A» il relativo costo.

Otteniamo in questo modo:

Prezzo (scala «A»)	22,25	44,50	55,70	156	19,60
Peso (scala «B»)	1	2	2,5	7	0,88

Si può altresì invertire l'uso delle scale «A» e «B», impostando i pesi su «A» ed i prezzi su «B».

E' un'applicazione delle proporzioni anche quel genere di calcolo col quale si vuole determinare, per delle intere serie di numeri, un certo aumento o una certa diminuzione percentuale.

Esempio: Si voglia determinare un aumento del 15%. Si ponga, a questo scopo, in coincidenza l'«1» iniziale della scala «B» col valore 1,15 della scala «A», ottenendo così, per ogni valore di «B», in corrispondenza sulla «A», il relativo valore maggiorato del 15%.

In questo modo si ottiene su

«A»	1,15	2,3	50	6,90	9,20
«B»	1	2	43,50	6	8

Si possono pure effettuare calcoli sul cambio delle valute, facendo coincidere l'«1», il 10 o il 100 della scala «A» (o «B»), col valore del cambio preso sulla scala «B» (o «A»). In tal caso troveremo su una scala i valori di una valuta e sull'altra i valori corrispondenti dell'altra valuta.

IX) Quadrati e radici quadrate

Abbiamo visto che mentre «C» e «D» presentano *una* scala logaritmica, 1 - 10 su una certa lunghezza, le scale «A» e «B» ne presentano *due*, 1 - 10, 10 - 100, sulla stessa lunghezza.

Per questo motivo abbiamo su «A» e «B» i quadrati di tutti i numeri di «C» e «D», e inversamente su «C» e «D» le radici quadrate di tutti i numeri di «A» e «B». Le letture si eseguono mediante il corsoio.

Si ricordi, nell'effettuare delle estrazioni di radice quadrata, che il radicando venga preso, sulla scala superiore («A» o «B»), nella parte giusta; è infatti di fondamentale importanza che esso venga preso nella prima o piuttosto nella seconda unità logaritmica.

Se il radicando è compreso fra 1 e 10, lo si deve impostare sulla metà sinistra di «A» o «B», se invece è compreso fra 10 e 100, lo si deve prendere sulla metà destra di «A» o «B». Se il radicando è maggiore di 100 o minore di 1, si separano, partendo dalla virgola, gruppi di due cifre. Se nel gruppo più alto, quello che sta più a sinistra, si trova *una* cifra, allora si prende la metà sinistra,

se invece ne troviamo *due*, prenderemo la metà destra di «A» o «B».

Esempio:

Radicando:	0,03'	0,00'30'	4	40	9	90
Radice quadrata:	0,1732	0,0548	2	6,33	3	9,487

X) Calcolo di superfici circolari e peso di una sbarra tonda

Calcoleremo la superficie di un cerchio secondo la formula $S = \frac{d^2 \pi}{4}$.

Per risolvere questo problema, ci serviranno, sul corsoio a quattro tratti, quello inferiore a destra e quello di mezzo «M». Se facciamo coincidere il tratto destro col diametro dato «d» preso su «D», leggeremo sotto «M», su «A», la superficie del cerchio. Colla stessa impostazione il tratto sinistro del corsoio, dà su «A» il peso di un tondo di ferro, (peso specifico = 7,85) avente come diametro il diametro impostato «d» e la lunghezza = «1». Moltiplicando ora questo valore per una certa determinata lunghezza, mediante le scale «A» e «B», si ottiene il peso del tondo di ferro avente quella lunghezza.

Il tratto che sta a destra in alto dà, su A - B, in relazione con «M», la trasformazione dei CV (PS) in KW e viceversa.

Sulla scala «C» si trovano tracciati due segni coll'indicazione c e c_1 che servono pure a calcolare la superficie di un cerchio.

La distanza di c da «1» e quella di c_1 dalla perpendicolare per il punto 10 di «B», è uguale a quella di «M» da uno dei due tratti rossi del corsoio. Se si fa coincidere c o c_1 di «C» col diametro «d» su «D», si leggerà su «A» in corrispondenza di «1» o rispettivamente di «10» della scala «B», la superficie S.

B) Il regolo calcolatore NESTLER sistema «Rietz»

I) Le scale che lo compongono

Il regolo calcolatore NESTLER, sistema «Rietz», ha come scale fondamentali le scale A - B e C - D, già trattate nella prima parte di questo manuale al paragrafo III) «Le due scale principali del regolo calcolatore». Per ciò che riguarda il loro uso, rimandiamo il lettore a quanto detto in precedenza.

Nr. 0238 «Rietz»

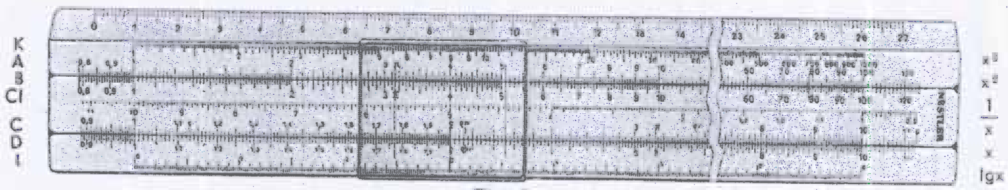


Fig. 5

sul retro dello scorrevole: sin, tan e sin/tan

Esso contiene inoltre le seguenti scale assai importanti nella pratica tecnica:

1. Presso il bordo superiore del fisso, sopra la scala « A », troviamo la scala dei cubi, che denomineremo « K ». Essa è costituita da tre parti uguali, la cui numerazione si distingue solo per la posizione della virgola e va da « 1 » a « 1000 »; è rimpicciolita rispetto a « D » nel rapporto 1 : 3.
2. Sulla parte anteriore dello scorrevole, fra le scale « B » e « C », è situata la scala dei valori reciproci « CI » (R); (CI nuova denominazione internazionale della scala dei reciproci R) le sue suddivisioni, rosse, sono come quelle della scala « C », *vanno però da destra verso sinistra.*
3. In vicinanza del bordo inferiore del fisso, sotto la scala « D », si trova la scala delle mantisse « L ». Essa è suddivisa in modo uniforme, va da 0 fino a 10 ed ha un intervallo = 0,001 (nel mod. 0235), 0,002 (nel mod. 0232), 0,005 (nel mod. 0123).
4. Sul retro dello scorrevole troviamo infine le scale « S », « S&T », e « T », le quali permettono il calcolo delle funzioni trigonometriche, seno, coseno, tangente e cotangente (sin, cos, tan, cot).

II) La scala dei cubi « K »

Abbiamo detto nel paragrafo B) I), che la scala dei cubi « K » è costituita da tre lunghezze logaritmiche uguali; esse sono però numerate da 1 - 10, da 10 - 100 e da 100 - 1000. Poichè la lunghezza totale di queste 3 parti è uguale a quella della scala C - D, troviamo su « K », per ogni valore di « D », senza effettuare spostamenti dello scorrevole, servendosi solo del tratto « M » del corsoio, le terze potenze o cubi. Così troviamo per esempio:

Scala « K »	3375	8	27	64	343	729
Scala « D »	15	2	3	4	7	9

Poichè la scala « K » è piuttosto stretta, la precisione di lettura è un po' minore che nelle altre scale. Se la vogliamo aumentare opereremo con la formula $a^3 = a^2 \cdot a$.

Se invece impostiamo dei valori su « K » otterremo su « D » le radici cubiche.

Si ricordi che, come era stato descritto nel par. A) IX) per la estrazione di radici quadrate, dobbiamo anche nell'estrarre le radici cubiche badare ad impostare il radicando nella parte giusta della scala.

Se il radicando è maggiore di 1000 o minore di 1, si separeranno, partendo dalla virgola, gruppi di tre cifre sia verso destra che verso sinistra. Se il gruppo più alto, quello che sta più a sinistra, contiene una cifra, useremo per impostare il radicando il primo terzo di « K »,

se ne contiene due, il secondo terzo, se invece ne contiene tre, il terzo terzo. *Esempio*:

Radicando:	3'200	32'000	320'000	0,'400	0,'040	0,'004
Radice cubica:	14,74	31,75	68,4	0,737	0,342	0,1587

III) La scala dei valori reciproci « CI »

1 - La divisione mediante l'uso di « CI »

Per calcolare $\frac{a}{b}$, si prende « a » su « D », vi si fa corrispondere mediante « M » l'« 1 » o il « 10 » della scala « CI », quindi sempre mediante « M » leggiamo il risultato sulla scala « D », in corrispondenza del divisore « b » preso sulla « CI ». Siccome la « CI » cresce nel senso contrario a quello delle altre scale, tutto avviene come se ad « a » noi sottraessimo la lunghezza « 1 » - « b ». Questo procedimento è conveniente specialmente quando noi dobbiamo calcolare i valori di una serie di frazioni, aventi lo stesso numeratore « a », ma differenti denominatori « b_1 », « b_2 », « b_3 » ecc.

2 - La moltiplicazione mediante l'uso di « CI » (Prodotti di due o più fattori)

Sappiamo che è $a \cdot b = a : \frac{1}{b}$. Si fa corrispondere « a » di « D » con « b » di « CI » mediante il tratto « M » del corsoio e si legge il risultato $a \cdot b$ sotto « 1 » o « 10 » di « CI ». Questo genere di moltiplicazione è sempre effettuabile, senza dover spostare lo scorrevole di una unità.

Come esercizio si calcolino alcuni esempi del par. A) VI). Se si fa corrispondere « a » di « CI » con « a » di « D », leggeremo sotto « 1 » o « 10 » di « CI », su « D », il valore « a^2 ».

Se un prodotto è costituito da 3 fattori, se cioè è $x = a \cdot b \cdot c$, calcoleremo $a \cdot b$ come descritto in questo paragrafo, e in corrispondenza di « c » di « C » leggeremo su « D » il risultato « x », senza effettuare ulteriori spostamenti dello scorrevole.

Qualora poi fosse $a = b = c$, otteniamo a^3 con una precisione maggiore che se utilizziamo la scala dei cubi.

Si potrà applicare naturalmente questo procedimento anche nel caso di quanti si voglia fattori; effettueremo in tal caso una divisione col valore reciproco (da impostare su « CI ») ogni 2° fattore.

Si facciano per conto proprio alcuni esempi.

3 - Quadrati e terze potenze di valori reciproci

Se vogliamo calcolare $\frac{1}{a^2}$, facciamo corrispondere « 10 » di « CI » con « 1 » di « D » e poniamo « M » sopra « a » di « CI ». Sotto troviamo su « D » il valore $\frac{1}{a}$ e sempre ancora in corrispondenza di « M » troviamo su « A » $\left(\frac{1}{a}\right)^2 = \frac{1}{a^2}$. Per calcolare $\frac{c}{a^2}$ prendiamo « c » su « A » e vi facciamo coincidere « 1 » di « B », quindi in corrispondenza di « a » di « CI » leggiamo mediante « M » il risultato su « A ».

Calcoleremo nello stesso modo $\frac{1}{a^3}$ e $\frac{c}{a^3}$, utilizzando però al posto della scala « A », la scala « K ». Similmente troveremo i valori di $\frac{1}{\sqrt{a}}, \frac{c}{\sqrt{a}}, \frac{1}{\sqrt[3]{a}}, \frac{c}{\sqrt[3]{a}}$

IV) La scala delle mantisse « L »

La scala che sta più in basso sul nostro regolo è la scala delle mantisse « L ». Essa ci dà per ogni valore « a » di « D » la mantissa del corrispondente logaritmo; la caratteristica verrà poi determinata nel modo noto dalla teoria dei logaritmi. Otteniamo in questo modo i logaritmi in base « 10 » (volgari o di Briggs). Quelli naturali in base « e » = 2,718 si ottengono da quelli in base « 10 » moltiplicandoli per 2,303. Il logaritmo decimale in base « a » si simboleggia con lg a, quello naturale con ln a; è poi, riferendoci a quanto detto prima, ln a = 2,303 lg a. La scala delle mantisse sostituisce una tabella dei logaritmi con tre decimali.

Esempio: Applicando quanto detto sopra troviamo:

a	3,65	41,8	1389	0,2	0,02	0,002
lg a	0,562	1,621	3,143	9,301−10	8,301−10	7,301−10
ln a	1,295	3,73	7,24	−1,609	−3,91	−6,21

Altre applicazioni della scala delle mantisse:

Quanto vale e^x ed e^{-x} per x = 2,2; 1,242; 0,085?

Risoluzione: lg $(e^x) = x \cdot$ lg e = 0,434 x. Si ottiene rispettivamente per lg (e^x): 0,955; 0,539; 0,0369 (Moltiplicazione di una serie di numeri per un fattore 0,434 costante). Se impostiamo ora questi decimali su « L », otteniamo su « D » il valore e^x; possiamo quindi leggere su « CI » il valore reciproco di e^x, essendo infatti $1 : e^x = e^{-x}$.

Abbiamo così

x	2,2	1,242	0,085
e^x	9,025	3,46	1,089
e^{-x}	0,1108	0,289	0,918

Ulteriori esempi sull'applicazione della scala delle mantisse si trovano al paragrafo III) del capitolo che tratta il sistema « Darmstadt ».

V) Le scale trigonometriche (I segni ρ', ρ'' $\rho_{,,}$)

Le scale dei seni e delle tangenti, che si trovano sul retro dello scorrevole, sono da usarsi in relazione colle scale « C » e « D ».

Il seno e la tangente di angoli piccoli compresi fra 0° 34′ e 5° 44′ praticamente coincidono. Se noi impostiamo un qualsiasi angolo piccolo, compreso fra i sopradetti valori, sulla scala sin- e tan- (S & T), mediante il tratto che si trova in basso sul finestrino destro del nostro regolo, troveremo il rispettivo valore del seno e della tangente in corrispondenza del « 10 » terminale di « D » sulla « C ».

Per la lettura del seno degli angoli compresi fra 5° 44′ e 90°, useremo il tratto superiore del finestrino destro e leggeremo il risultato su « C » in corrispondenza del « 10 » terminale di « D ».

Per quanto riguarda la tangente di angoli compresi fra 5° 44′ e 45°, useremo per l'impostazione il tratto inferiore del finestrino sinistro e leggeremo come prima il risultato su « C », in corrispondenza però dell' «1» iniziale della scala « D ».

Si ricordi che per angoli compresi fra 0° 34′ e 5° 44′ i seni e le tangenti iniziano per 0,0..., mentre invece angoli compresi fra 5° 44′ e 90° e fra 5° 44′ e 45°, rispettivamente per i seni e le tangenti, si inizia scrivendo 0,....

angolo:	1°30′	5°
seno o tangente:	0,0262	0,0872

angolo:	7°10′	30°	50°
seno:	0,1248	0,5	0,766

angolo:	7	11°	30°
tangente:	0,1228	0,1944	0,577

Poichè è $\cos\alpha = \sin(90° - \alpha)$ potremo usare le scale sin- (« S ») e sin- e tan- (« S & T ») per calcolare il coseno di α, sempre che α sia compreso fra 0° e 89° 26′. Essendo poi $\cot\alpha = \frac{1}{\tan\alpha}$, troviamo per ogni valore della tan- su « D », il valore reciproco $\cot\alpha$, su « CI » oppure in corrispondenza del punto « 10 » della scala « C ». Se α poi fosse maggiore di 45°, basterebbe solo applicare le formule $\tan\alpha = \cot(90° - \alpha)$ e $\cot\alpha = \tan(90° - \alpha)$.

Per valori di α minori di 0° 34′ è $\sin\alpha = \tan\alpha = \frac{\alpha'}{3438} = \frac{\alpha'}{\rho'}$ oppure $\frac{\alpha''}{206265} = \frac{\alpha''}{\rho''}$. Poichè i numeri ρ' e ρ'' si trovano sulla scala « C » l'effettuazione di queste divisioni risulta molto semplice.

E' inoltre $\cot\alpha = \frac{\rho'}{\alpha'} = \frac{\rho''}{\alpha''}$.

Per trasformare un angolo dato in radianti, in gradi centesimali ($100^g = 90°$), si moltiplica il valore dell'angolo (in radianti) per $\rho_{,,}$ (636620^{cc}) che si trova su « C » e su « D ». Per i gradi centesimali vale la relazione $\frac{\pi}{2} = 100^g = 10000^c = 1000000^{cc}$.

Quindi un radiante corrisponde al numero $1000000 : \frac{\pi}{2} = 636620^{cc}$.

Qualora si dovesse effettuare un gran numero di calcoli trigonometrici è consigliabile portare sulla faccia anteriore del regolo le scale trigonometriche girando lo scorrevole.

C) Il regolo calcolatore sistema « Darmstadt »

I) La disposizione delle scale

Questo regolo porta le scale K, A, B, CI, C e D nello stesso ordine del regolo sistema « Rietz », già spiegato nel capitolo precedente.

Per questo motivo non ripetiamo le spiegazioni per l'uso di queste scale, ma ci riferiamo senz'altro a quelle corrispondenti del cap. B).

Nr. 0218 « Darmstadt »

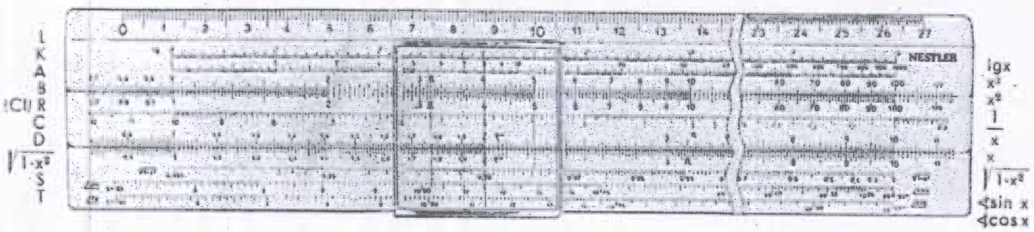


Fig. 6

Sul retro dello scorrevole: e^x

La scala delle mantisse « L » è riportata qui sul bordo superiore, vicino alla scala millimetrata. Essa è pure da usarsi in corrispondenza di « D ». Leggeremo ed imposteremo su di essa mediante il tratto riportato sul bordo superiore esterno del telaio del nostro corsoio.

Per il resto vale quanto già detto antecedentemente per la scala delle mantisse.

Le scale trigonometriche sono, in questo caso, solidali col fisso, e precisamente nei regoli di legno N° 0210 e 0215 si trovano sul bordo inferiore verticale, nei regoli in Anagit N° 0218 (25 cm.) e 0121 (formato tascabile 12,5 cm.) sono riportate invece sulla faccia anteriore del fisso sotto le scale C - D.

Inoltre il sistema « Darmstadt » possiede anche una scala di cos-(sin), simboleggiata con $\sqrt{1-x^2}$, che si trova pure sulla parte inferiore del fisso; essa va però da destra verso sinistra. Queste scale trigonometriche richiedono una nuova spiegazione, poichè il loro uso avviene in altro modo che nel modello « Rietz ». Riveleremo però già fin d'ora che queste scale danno dei risultati più esatti, proprio là dove quelle del sistema « Rietz » permettono una precisione minore.

Nuova è inoltre per noi la scala delle potenze o scala esponenziale, indicata con e^x, che noi troviamo, scomposta in tre parti, sul retro dello scorrevole. Chiameremo queste tre parti P, P_1, P_2.

II) Il corsoio

Il corsoio di questo regolo è un corsoio a 4 tratti. Sul bordo superiore del telaio si trova il tratto per la scala delle mantisse e su una finestra laterale che scorre accanto al bordo verticale del fisso, si trova nei regoli di legno, un tratto apposito per la lettura delle scale trigonometriche.

Nei regoli di Anagit le scale trigonometriche verranno lette mediante il tratto di mezzo del corsoio che nuovamente, per semplificare le cose, chiameremo « M ». In relazione col tratto a destra in basso e con quello a sinistra in altro, « M » serve a determinare le superfici circolari e il peso dei corpi cilindrici di acciaio, come già spiegato nel sistema « Rietz ». Il tratto che sta a destra in basso « M_d » permette in relazione con quello a sinistra in basso « M_s », la trasformazione su C - D. dei CV in KW: se M_d viene fatto coincidere con un certo numero di CV, M_s ci dà la potenza in KW e viceversa.

III) Le scale trigonometriche

1 - Trasformazione dei minuti primi e dei minuti secondi in frazioni decimali del grado e viceversa.

Le scale trigonometriche « S » e « T » (contrassegnate con « sin » e « tan ») operano in relazione con la scala fissa « D ». I gradi non sono suddivisi in minuti (1° = 60′) ma secondo il sistema decimale. La trasformazione però è semplice. Se per esempio è $\alpha = 6°,23$ si moltiplicheranno le parti decimali del grado per 60′, onde ottenere i minuti dell'angolo. Se invece sono dati i minuti, li si divide per 60. Per effettuare la trasformazione basta porre in corrispondenza solamente « 60 » di « B » con « 100 » di « A », ottenendo così su « B » i minuti e su « A » i rispettivi decimali del grado. Se per gli angoli piccoli dovremo usare anche i secondi, basterà ricordare che 1° = 60′ = 3600″. In questo caso per effettuare la trasformazione metteremo « 36 » di « B » in corrispondenza con « 100 » di « A ». Si ottiene così:

$$1°,246 = 1° + 886'' = 1°\ 14'46'';\quad 0°\ 19'46'' = 1186'' = 0°,3294.$$

Si possono naturalmente effettuare le trasformazioni inverse coi minuti ed i secondi:

$$19' = 0°,317;\quad 46'' = 0°,013;\quad 19'46'' = 0°,3294.$$

2 - Calcolo del seno

La scala « S » (rossa per il coseno, nera per il seno), va da 5° a 90°. Se α è compreso fra questi limiti, si fa coincidere « M » (nei regoli in Anagit) o rispettivamente il suo prolungamento sulla finestra verticale (nei regoli in legno), con « α » trovando così sin α su « D ». Per es.: sin 30° = 0,5 (non 5); sin 21°,4 = 0,365 ecc. Restando fra questi limiti ogni seno incomincia per 0,.... Se α è minore di 5° è

$$\sin \alpha \approx \frac{\alpha^0}{57{,}3} = \frac{\alpha^0}{\rho^0} = \frac{\alpha'}{3438} = \frac{\alpha'}{\rho'} = \frac{\alpha''}{206265} = \frac{\alpha''}{\rho''};$$

ρ' e ρ'' sono segnati su «C».

Si ottiene un valore ancora più preciso sottraendo a quello così calcolato: $\frac{1}{6}\left(\frac{\alpha^0}{\rho^0}\right)^3 = \frac{1}{6}\left(\frac{\alpha'}{\rho'}\right)^3 = \frac{1}{6}\left(\frac{\alpha''}{\rho''}\right)^3$.

Si ottiene così $\sin 5^0 \approx \frac{5}{57{,}3} = 0{,}0873$.

Il fattore di correzione è $-\frac{1}{6}(0{,}0873)^3 = -0{,}0001$ è perciò $\sin 5^0 = 0{,}0872$, come si legge anche direttamente. Praticamente la correzione è in questo caso, e maggiormente per angoli ancor più piccoli, inutile. Se viceversa si vuole calcolare l'angolo, dato il seno, si passa da «D» a «S». Per esempio se $\sin\alpha = 0{,}302$, $\alpha = 17°{,}58$. Se $\sin\alpha$ è minore di 0,1 allora è $\alpha \approx 57°{,}3 \cdot \sin\alpha$. Abbiamo così che se $\sin\alpha = 0{,}04$ l'angolo sarà $\alpha\, 57°{,}3 \cdot 0{,}04 = 2°{,}292$.

Se ancora si ritiene necessaria una correzione, il fattore di correzione è $9°{,}55 \cdot \sin^3\alpha$, nel nostro caso $+ 0°{,}0006$.

3 - Calcolo del coseno

Mentre nel sistema «Rietz» eravamo costretti ad usare la formula $\cos\alpha = \sin(90° - \alpha)$, che naturalmente possiamo usare anche qui, la scala cos, ($\sqrt{1-x^2}$), ci permette di trovare immediatamente il valore del coseno di α. Se impostiamo, mediante «M», α su «S», troveremo $\sin\alpha$ su «D» e sulla scala $\sqrt{1-x^2}$ il valore di $\sqrt{1-\sin^2\alpha}$, che è proprio uguale a $\cos\alpha$. E' così:

$\sin 30° = 0{,}5$, $\cos 30° = 0{,}866$, $\sin 19°{,}75 = 0{,}338$, $\cos 19°{,}75 = 0{,}941$.

Ci si accorge subito, che nell'ultimo esempio l'impostazione diventa assai più difficile di prima, perchè le suddivisioni si infittiscono.

Se fossero dati $\sin\alpha$ o $\cos\alpha$, potremmo determinare α solo con grande imprecisione.

Si può determinare $\sin\alpha$ in doppio modo: 1°, operando come è stato descritto in III) 2), 2°, mediante la formula $\sin\alpha = \cos(90° - \alpha)$.

Si calcola $90° - \alpha$ e si cerca, come spiegato sopra, il coseno di questo nuovo angolo. Persino questo piccolo calcolo separato può essere tralasciato se ci si serve delle cifre rosse della scala «S».

Per i valori degli angoli che si trovano in essa, il seno sta sulla scala $\sqrt{1-x^2}$ ed il coseno su «D». Come si vede anche per calcolare il coseno è data una doppia possibilità. Si può usufruire di questo fatto per effettuare dei controlli. Inoltre per quei valori per cui un sistema è meno preciso, l'altro è più preciso e viceversa.

Per esempio otteniamo col primo metodo (scala nera su «S») $\sin 70° = 0{,}940$, $\cos 70° = 0{,}342$ e col secondo (cifre rosse su «S») $\sin 70° = 0{,}9397$, $\cos 70° = 0{,}3420$. Per $\sin\alpha = 0{,}9412$ col 1° metodo otteniamo $\alpha = 70°$, col 2° $70°{,}25$, per $\sin\alpha$ invece $- 0{,}265$ otteniamo rispettivamente $\alpha = 15°{,}36$ e $\alpha = 15°{,}4$.

Per valori di α inferiore a 5° è $\cos\alpha \approx 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{\alpha^0}{57{,}3}\right)^2$.

4 - Il calcolo di tan α e cot α

Si facciano coincidere esattamente le scale «C» e «D». Se α è compreso fra 5° e 45°, si prende α su «T» e si legge il relativo valore della tan su «D», ricordando che la funzione inizia per 0,...; il rispettivo valore della cot si leggerà su «CI».

Per esempio è $\tan 35° = 0{,}700$; $\cot 35° = 1{,}428$.

Se α è maggiore di 45°, si userà la formula $\tan(90° - \alpha) = \cot\alpha = 1 : \tan\alpha$. Si imposta quindi l'angolo fra le cifre rosse di «T» e si trova la tan su «CI», la cot su «D». Si ottiene così $\tan 50° = 1{,}192$, $\cot 50° = 0{,}839$. Il passaggio da tan α ad α avviene in modo inverso.

Per angoli piccoli è $\tan\alpha \approx \frac{\alpha^0}{57{,}3} \approx \frac{\alpha'}{\rho'} \approx \frac{\alpha''}{\rho''}$, e la correzione è $+\frac{1}{3}\left(\frac{\alpha°}{57{,}3}\right)^3$. Per esempio è $\tan 5° \approx 0{,}0872$, il fattore di correzione è $\frac{1}{3}(0{,}0872)^3 = 0{,}0002$ cioè $\tan 5° = 0{,}0874$. Facilmente troveremo poi $\cot\alpha$ poichè è il valore inverso di $\tan\alpha$: è $\cot 5° = 11{,}43$. Se $\tan\alpha$ è data come frazione molto piccola, si otterrà con lo stesso procedimento già spiegato per il seno. Il fattore correttivo è $-19°{,}1 \cdot \tan^3\alpha$.

Se α è prossimo a 90°, si può porre $\alpha = 90° - \beta$, essendo β un angolo piccolo. Si possono così facilmente determinare $\tan\alpha = \cot\beta$ e $\cot\alpha = \tan\beta$. Si ha per esempio:

$$\tan 89°{,}65 = \cot 0°{,}35 = 57{,}3 : 0{,}35 = 163{,}7;$$
$$\cot 89°{,}65 = \tan 0°{,}35 = 0{,}35 : 57{,}3 = 0{,}00611\,.$$

Se invece si ha $\tan\alpha = 200$, è

$$\cot\alpha = 0{,}005;$$
$$90° - \alpha = 0{,}005 \cdot 57°{,}3 = 0°{,}2865;$$
$$\alpha = 89°{,}7135.$$

5 - La scala $\sqrt{1-x^2}$ come scala pitagorica

Si leggano i numeri della «D» non 1, 2, 3, ... 10, ma bensì 0,1; 0,2; 0,3 ..... 1. Se copriamo uno di questi con «M», chiamandolo «a», troveremo sulla scala $\sqrt{1-x^2}$ in corrispondenza di «M» il valore $\sqrt{1-a^2}$, e viceversa. Sotto «6» (si legga 0,6) di «D» si trova in corrispondenza su cos- $\sqrt{1-0{,}36} = \sqrt{0{,}64} = 0{,}8$; sopra 0,6 di $\sqrt{1-x^2}$ si trova su «D» il valore «8» (si legga 0,8); sotto «5» (0,5) di «D» troviamo $\sqrt{1-0{,}25} = \sqrt{0{,}75} = 0{,}866$ su $\sqrt{1-x^2}$ e viceversa. Aumentando a diminuisce $\sqrt{1-a^2}$. E' questo il motivo per cui la scala $\sqrt{1-x^2}$ cresce in senso inverso alle altre scale, fatto che deve essere tenuto presente durante la lettura. Se di un triangolo rettangolo sono date l'ipotenusa c ed un cateto a, l'altro cateto sarà $b = \sqrt{c^2 - a^2} = c \sqrt{1 - \left(\frac{a}{c}\right)^2}$. In un primo tempo si calcola $\frac{a}{c}$ e lo si prende sulla scala cos-; si troverebbe in tal caso su «D» il valore di $\sqrt{1 - \frac{a^2}{c}}$ che, moltiplicheremo per «c» facendovi coincidere 1 o 10 della scala «C» e leggendo il risultato b su «D» in corrispondenza di «c» di «C».

6 - Calcolare gli elementi di un triangolo rettangolo dati a e b

Di un triangolo rettangolo sono dati i cateti a e b, vogliamo trovare l'ipotenusa c e il valore dei suoi angoli. Possiamo naturalmente calcolare $\tan\alpha = \frac{a}{b}$ servendoci delle scale «D» e «C» e leggere quindi α sulla scala «T» e c, o mediante il teorema di Pitagora, o servendoci della formula $c = \frac{a}{\sin\alpha}$. C'è poi però un metodo ancora più comodo.

E' $\tan\alpha = \frac{a}{b} = a\,\frac{1}{b}$; $\sin\alpha = \frac{a}{c} = a\,\frac{1}{c}$. Si fa coincidere 1 o 10 di «C» con a preso su «D», intendendo con a il cateto minore. Se quindi si fa coincidere «M» con b su «CI» si trova sotto su «D» $a\,\frac{1}{b} = \frac{a}{b}$ (Posizione 1). Poichè questa quantità è uguale a $\tan\alpha$, si troverà α su «T». E' poi $\beta = 90° - \alpha$.

Ora si sposta «M» in modo tale da ricoprire α su «S» (Posizione 2). Si trova così in coincidenza di «M»: su «D» il valore $\sin\alpha$, su «C» $\frac{\sin\alpha}{a}$, su «CI» $\frac{a}{\sin\alpha}$ che è proprio c. Abbiamo così risolto il nostro problema.

7 - Il teorema dei seni

In un triangolo qualsiasi è $\sin\alpha : a = \sin\beta : b = \sin\gamma : c$. Se per esempio sono dati α ed a, prenderemo α su «S», e leggeremo il rispettivo seno su «D». Facciamo ora coincidere $\sin\alpha$, che abbiamo trovato sulla «D», con a della scala «C»; «D» e «C» hanno ora la posizione che è caratteristica per le proporzioni. Troviamo così b e c sulla scala «C» in corrispondenza rispettivamente di β e γ della «S». Il teorema dei seni vale naturalmente anche per i triangoli rettangoli.

IV) La scala delle potenze P, P_1, P_2

1 - La struttura delle scale

Per il sistema «Darmstadt» le scale P, P_1, P_2 (e^x) che si trovano sul retro dello scorrevole, sono caratteristiche. Esse sono costituite da logaritmi di logaritmi e sono da usarsi in corrispondenza della «D». Con l'ausilio di queste scale esponenziali (scale di potenze) si possono calcolare potenze, radici, e logaritmi in qualsiasi base. Esse sono inoltre suddivise in tre parti numerate da 1,01 fino a 100.000 (10^5).

I numeri riportati su queste scale sono ad un sol valore. Per esempio 1,5 non significa anche 15 o 150 ma solo 1,5; così 3 vale solamente 3 e non 0,3; 30; 300 come sulle scale principali.

Il tratto iniziale della scala P è $e = 2{,}718$, perchè $\ln e = 1$ e $\lg(\ln e) = 0$. Un qualsiasi punto «x» ha dal tratto iniziale la distanza $l \cdot \lg(\ln x)$, essendo l la lunghezza della scala fondamentale «D» nel regolo normale $l = 25$ cm., lg il logaritmo in base 10 (Logaritmo di Briggs) e ln il logaritmo in base $e = 2{,}718$.

All'uso della scala «P» sono posti dei limiti: a destra essa diventa molto fitta, rendendo impossibile una lettura precisa, a sinistra termina, considerando il prolungamento, con 2,5.

Per permettere nuove possibilità di letture, la scala P è stata prolungata di una unità logaritmica verso sinistra. Se si va indietro a sinistra esattamente di questa unità (25 cm) si effettua una estrazione di radice decima (o si eleva alla 0,1esima potenza).

Pertanto troveremo sul prolungamento sinistro di P — lo chiameremo P_1 — i valori numerici compresi fra $\sqrt[10]{e} = e^{0,1} = 1{,}105$ ed $e = 2{,}718$. Questo procedimento è poi ripetuto una seconda volta. P_1 è prolungato nello stesso modo verso sinistra e termina col valore $\sqrt[100]{e} = e^{0,01} = 1{,}01005$. Chiameremo P_2 questo prolungamento, i cui estremi sono rappresentati dai numeri 1,01005 e 1,105. In tal modo però la scala delle potenze avrebbe una lunghezza totale di 3,25 cm. = 75 cm., che non potremmo sistemare sulla lunghezza data del nostro regolo, 25 cm.

Si è ricorsi perciò all'espediente di suddividere questa scala lunga 75 cm. in tre parti uguali di 25 cm. l'una, disponendole una sopra l'altra.

Il retrocedere di una unità (estrarre la radice decima) viene così effettuato passando da un qualsiasi numero «a» di «P», al rispettivo numero che si trova esattamente sopra sulla scala P_1. Se si sale ancora di un piano, si trova su P_2 il valore $(\alpha^{0,1})^{0,1} = \alpha^{0,01} = \sqrt[100]{a}$; oppure di un nuovo valore a, situato su P_1, si troverà esattamente sopra su P_2 (usare «M»!) il valore $\sqrt[10]{a} = a^{0,1}$.

Inversamente si trova, esattamente sotto un qualsiasi valore «a» di P_2, il valore a^{10} su P_1, e sotto su P il valore a^{100}. Si trova naturalmente anche, esattamente sotto ogni valore « a » di P_1, il valore a^{10} su P. Gli indici 1 e 2 di P_1 e P_2, danno il numero degli zeri che caratterizzano l'esponente.

2 - I calcoli sulla scala delle potenze

a) Potenze $y = a^x$

Per semplificare le cose è meglio lavorare con lo scorrevole girato. Le scale delle potenze si trovano ora sulla parte anteriore e P (2,0 - 10^3) si trova a contatto della scala « D ».

Per trovare il valore di $y = a^x$, se a è maggiore di e ed x maggiore di 1, facciamo coincidere mediante « M » la base a (su P) con 1 di « D » e spostiamo quindi « M » fino a farlo coincidere con x di « D », e leggeremo quindi il risultato sotto « M » su P.

Esempio:

$$3^2 = 9; \qquad 3^{1,41} = 4,71$$
$$3^3 = 27; \qquad 3^{2,52} = 15,9$$

Poichè le scale P_1 e P_2 sono costruite con lo stesso principio di P, si effettueranno i calcoli su di loro nello stesso modo che su P.

Se per esempio 1,2 deve essere elevato alla 3,1esima potenza, si fa corrispondere 1,2 di P_1 con 1 di « D », si va con « M » su 3,1 di « D » e si troverà in corrispondenza su P_1, $1,2^{3,1} = 1,76$.

Ulteriori esempi:

$$1,2^{1,35} = 1,279; \qquad 1,2^4 = 2,074$$
$$1,2^2 = 1,44; \qquad 1,2^5 = 2,488$$

Altri esempi per P_2 andranno risolti nello stesso modo. Se l'esponente è negativo, si ricordi che è $a^{-n} = 1 : a^n$. Ci si calcola perciò a^n (n positivo) e si trova l'inverso mediante la « CI ».

Esempi:

$$3^{-2} = \frac{1}{9} = 0,111; \qquad 3^{-1,41} = \frac{1}{4,71} = 0,21124$$
$$3^{-3} = \frac{1}{27} = 0,037; \qquad 3^{-2,52} = \frac{1}{15,9} = 0,0629$$

b) Radici $y = \sqrt[x]{a}$

Se $a = y^x$, è $y = \sqrt[x]{a}$. Basta invertire il procedimento prima descritto. Si fa coincidere a di P con x di « D », si copre 1 di « D » mediante « M » e si legge il risultato y su P sotto « M ».

Con questa impostazione è evidentemente $y^x = a$, e $\sqrt[x]{a} = y$. Mentre nel calcolo della potenza y^x la lunghezza « 1 ....x » di « D » viene aggiunta a destra a y di P, nell'estrazione di radice $\sqrt[x]{a}$, questa viene sottratta verso sinistra dalla lunghezza « 1 ....a ». Nell'elevare a

potenza abbiamo un progredire, nell'estrazione di radice una retrocessione.

Esempio:

$$\sqrt[3]{2000} = 12,6 \qquad \sqrt[1,66]{1,8} = 1,425$$
$$\sqrt[3,52]{100} = 3,70 \qquad \sqrt[2,8]{1,05} = 1,0176$$

c) Logaritmi

Chiamiamo x il logaritmo decimale di un numero a; $\lg a = x$. In tal caso è $10^x = a$. Mettiamo in corrispondenza 10 di P con 1 di « D », cerchiamo a su P trovando sotto in corrispondenza su « D » il valore $x = \lg a$. Per il logaritmo naturale di a ($y = \ln a$) vale la relazione $e^y = a$. Si porta lo scorrevole nella posizione iniziale; e di P sopra 1 di « D », e si procede come prima. Se la base è b ed è $x = \log_b a$ (si legga: x uguale log in base b di a), deve essere $b^x = a$. Si prende in questo caso b di P in coincidenza di 1 di « D » e si opera come sopra.

Esempio: $\lg 13 = 1,114$; $\quad {}^{13}\log 4 = 0,54$
$\ln 13 = 2,565$; $\quad {}^{13}\log 100 = 1,795$.

d) Fuoruscita della scala di potenze dal fisso

$\sqrt{9} = 3$ è facilmente calcolabile su P. Se però vogliamo calcolare $x = \sqrt[3]{9}$, si dovrebbe impostare nel seguente modo: 9 di P sopra 3 di « D », ed x si troverebbe sopra 1 di « D » su P. A far questo non basta però la parte sinistra della scala P. Dobbiamo effettuare uno spostamento dello scorrevole di un'unità verso sinistra.

Per far ciò sovrapponiamo « M » ad « e » di P e spostiamo lo scorrevole a sinistra finchè « e » di P non venga a trovarsi sotto « M ». Ora P_1 è il prolungamento di P verso sinistra. Troviamo così su P_1, sopra 1 di « D » il risultato $x = 2,08$. Si trova pure per esempio $\sqrt[7]{1,8} = 1,0876$.

Regola: Se nell'estrazione di radici sulla scala delle potenze si rende necessario uno spostamento dello scorrevole verso sinistra, il risultato andrà letto sulla scala immediatamente superiore.

e) Elevazione a potenza ed estrazione di radice con posizione dello scorrevole normale.

Il procedimento trattato fino ad ora, con lo scorrevole rovesciato, era stato usato per la sua maggiore chiarezza ed è vantaggioso quando si debba risolvere un gran numero di problemi. Se si tratta però di un solo calcolo è meglio lasciare lo scorrevole nella sua posizione normale (B, CI, C sopra). In tal caso si legge sulle scale P, P_1, P_2 coll'ausilio dei tratti che si trovano incisi sul retro delle due finestrine terminali del nostro regolo. Chiameremo Fs il tratto sinistro ed Fd quello destro.

Fs si trova esattamente sotto 1 di « D » ed Fd sotto 10 di « D ». Attraverso le finestrine si intravede solo un piccolo tratto di scala, e inoltre la lettura non è così precisa come nel caso precedente.

Esempio: $x = 3^2$. Mettiamo 3 di P sotto Fd. Quindi dovremmo aggiungere la lunghezza 1...2 di « D » verso destra. Ma poichè « D » e « C » hanno le scale coincidenti, possiamo usare invece di « D » la scala mobile « C ». Copriamo 1 di « C » con « M » e spingiamo quindi lo scorrevole di tanto verso l'interno fino a che « M » copra il valore 2. Leggeremo il risultato $x = 3^2 = 9$ sotto Fd su P.

Per calcolare 2^n facciamo coincidere 2 di P_1 con il tratto Fd. Facilmente troviamo i valori di $2^{1,1} = 2{,}144$ e $2^{1,25} = 2{,}378$ su P_1. Ma per $n = 2$ troviamo sotto Fd uno spazio vuoto. Effettuiamo perciò uno spostamento verso sinistra di un'unità dello scorrevole. Otterremo ciò leggendo il risultato su Fs invece che su Fd. Sotto Fs però, non leggeremo il valore di 2^2 ma bensì di $2^{0,2} = 1{,}1487$. Ci resta quindi da elevare alla decima potenza il valore trovato, per ottenere 2^2. Ciò accade passando dalla scala P_1 alla P dove troveremo il risultato esatto 4. Se spostiamo ulteriormente lo scorrevole, finchè 3 di « C » si trova sotto « M », leggiamo sotto Fs $2^3 = 8$.

Regola: Se nell'elevare a potenza si rende necessario uno spostamento a sinistra dello scorrevole, bisogna effettuare la lettura del risultato sulla scala immediatamente inferiore. Come ulteriore esempio scegliamo $1{,}06^n$.

Risoluzione: Impostiamo 1.06 di P_2 sotto Fd, « M » in corrispondenza di 1 di « C » e spingiamo lo scorrevole verso l'interno, finchè n di « C » viene a trovarsi sotto « M ». Già per valori di $n = 2$ non è più possibile la lettura sotto Fd. Passiamo quindi a Fs ove troviamo su P_2 $1{,}06^{0,2} = 1{,}01173$; su P_1 si trova $1{,}06^2 = 1{,}1236$, su P $1{,}06^{20} = 3{,}21$.

Durante l'operazione di estrazione di radice lo scorrevole deve essere spostato nella direzione opposta, ossia verso sinistra.

Esempio: $x = \sqrt{9}$

Risoluzione: si pone 9 di P sotto Fd, « M » su 2 di « C » e si sposta lo scorrevole, finchè 1 di « C » viene a trovarsi sotto « M ». Si trova quindi $x = 3$ sotto Fd.

Poichè non è possibile risolvere allo stesso modo $\sqrt[3]{9}$, si imposta il 9 di P sotto Fs. Troveremo il risultato, dal momento che non può essere letto sotto Fs, sotto Fd, ma non su P bensì su P_1, che è la scala superiore; esso è 2,08.

Ulteriori esempi: $\sqrt[4]{9} = 1{,}732$; $\sqrt[5]{9} = 1{,}552$.

3 - Casi particolari

Le scale P_2, P_1, P contengono i valori numerici che vanno da $a = 1{,}01$ fino ad $a = 100.000$. L'ultima parte di P però non permette delle impostazioni e letture esatte. Nei calcoli possono anche capitare dei numeri compresi fra 1 e 0,01, come pure delle frazioni proprie. Inoltre finora supponevamo l'esponente o l'indice di radice sempre positivi, esso però può essere anche negativo. I seguenti capoversi ne danno la soluzione:

a) Numeri prossimi a 1

Se x è un numero molto vicino ad 1 valgono le seguenti formule d'approssimazione: $(1+x)^n \approx 1 + n \cdot x$; $\sqrt[n]{1+x} \approx 1 + \frac{x}{n}$; $(1+x)^{\frac{p}{q}} \approx 1 + \frac{p}{q} \cdot x$; $e^x \approx 1 + x$; $a^x \approx 1 + x \ln a$; $\ln(1+x) \approx x$; $\lg x \approx 0{,}434\, x$; ${}^a\log(1+x) \approx \frac{x}{\ln a}$; x può in tal caso essere positivo o negativo; nella prima e terza formula l'esponente non deve essere troppo grande. La precisione delle formule di approssimazione aumenta col diminuire del valore di x.

Esempio: $x = 0{,}015$. Poichè 1,015 si trova ancora su P_2, possiamo controllare il risultato. I valori di controllo sono aggiunti fra parentesi: $1{,}015^3 \approx 1{,}045$ (1,0457); $\sqrt[3]{1{,}015} \approx 1{,}005$ (1005; Passaggio da K a D); $1{,}015^{\frac{2}{3}} \approx 1{,}010$ (1,010); $e^{0,015} \approx 1{,}015$ (1,0151); $3^{0,015} \approx 1 + 0{,}015 \cdot 1{,}099 \approx 1{,}0165$ (1,0166); $\ln 1{,}015 \approx 0{,}015$ (0,01489); $\lg 1{,}015 = 0{,}0065$ (0,00647); ${}^3\log 1{,}015 \approx 0{,}015 : 1{,}099 \approx 0{,}01365$ (0,01356).

Poichè l'esattezza è già sufficiente per $x = 0{,}015$, a maggior ragione possiamo usare le formule d'approssimazione per valori di x minori, sempre che n o $\frac{p}{q}$ non assumano dei valori troppo elevati.

b) Elevazione a potenza ed estrazione di radice di frazioni proprie. Esponenti negativi.

1) Se a è una frazione positiva propria, il suo valore reciproco $b = \frac{1}{a}$, che facilmente si trova mediante la scala « CI » è maggiore di 1. E': $a^n = \frac{1}{b^n}$; $\sqrt[n]{a} = \frac{1}{\sqrt[n]{b}}$; $a^{\frac{p}{q}} = \frac{1}{b^{\frac{p}{q}}}$; $\ln a = -\ln b$; $\lg a = -\lg b$.

Le espressioni in cui compare b, si possono calcolare applicando quanto detto prima; mediante « CI » si trovano poi i loro valori reciproci, ossia il risultato del nostro problema.

2) Si esprime a mediante una frazione appropriata e si eleva a potenza e si estrae la radice del numeratore e del denominatore.

Esempio: $x = 0{,}135^6$; si ottiene allora

$$x = \left(\frac{1{,}35}{10}\right)^6 = \frac{1{,}35^6}{10^6} = \frac{6{,}05}{1000000} = 0{,}00000605.$$

Questo procedimento ci conduce rapidamente alla meta, se a (in questo caso 0,135) ha come primo numero significativo un numero piccolo.

Se l'esponente è negativo si applica la formula $a^{-n} = 1 : a^n$. Ossia se si deve elevare un numero a una certa potenza negativa, si prende al suo posto quella positiva, leggendo però il risultato su « CI ».

Esempio: $x = 4^{-3,1} = 1 : 4^{3,1} = 1 : 73{,}5 = 0{,}01360$

$$y = 0{,}92^{-4,8} = \left(\frac{1}{1{,}087}\right)^{-4,8} = 1{,}087^{4,8} = 1{,}492.$$

c) Elevazione a potenza ed estrazione di radice con numeri grandi.

1) a si trovi sulla scala P, n sia grande.

Esempio: $5{,}3^6 = 22000$

Per $5{,}3^7$ la scala P non è più sufficiente.
Vi sono 4 possibilità per risolvere il problema:

a) scomporre l'esponente: $5{,}3^7 = (5{,}3^{3,5})^2$
b) scomporre la base: $5{,}3^7 = 2{,}65^7 \cdot 2^7$
c) operando con i logaritmi: $\lg 5{,}3^7 = 7 \cdot \lg 5{,}3$
d) scomponendo la base in una frazione impropria:

$$5{,}3^7 = \frac{10^7}{1{,}887^7} = \frac{10000000}{85} = 117600$$

2) a sia grande, si cerchi a^n

Esempio: $x = 314^{4,2}$. Vi sono 3 possibili vie di risoluzione:

a) scomposizione in fattori: $x = (100 \cdot 3{,}14)^{4,2} = 100^{4,2} \cdot 3{,}14^{4,2}$
Poichè $100^{4,2} = 100^4 \cdot 100^{0,2} = 10^8 \cdot 2{,}512$ e $3{,}14^{4,2} = 122$ è $x = 3{,}07 \cdot 10^{10}$

b) uso della scala della mantisse:
$\lg x = 4{,}2 \cdot \lg 314 = 4{,}2 \cdot 2{,}497 = 10{,}487$; $x = 3{,}07 \cdot 10^{10}$

c) si estragga una o più volte la radice quadrata di a (su « A » - « D »), si elevi all'ennesima potenza il numero così ottenuto e quindi lo si elevi al quadrato tante volte, quante ne venne estratta la radice quadrata:
$\sqrt{314} = 17{,}72$; $\sqrt{17{,}72} = 4{,}21$; $\sqrt{4{,}21} = 2{,}052$ (A, D); $2{,}052^{4,2} = 20{,}45$ (P); $20{,}45^2 = 4{,}19 \cdot 10^2$; $(4{,}19 \cdot 10^2)^2 = 1{,}752 \cdot 10^5$; $(1{,}752 \cdot 10^5)^2 = 3{,}07 \cdot 10^{10}$.

L'estrazione di radice di numeri grandi avviene corrispondentemente nello stesso modo.

Le diverse dimensioni del regolo calcolatore

I calcoli che compaiono in questo manuale sono stati eseguiti con un regolo di grandezza normale (25 cm.). Per quei regoli aventi la lunghezza delle scale di 50 cm. e di 12,5 cm. (modello tascabile) valgono corrispondentemente queste spiegazioni.

Nel regolo calcolatore del sistema « Darmstadt » di Anagit bisogna osservare che, sia nel modello da 25 cm. che in quello tascabile, le scale che sui regoli calcolatori in legno si trovano sul bordo verticale, qui si trovano in basso sulla facciata.

Poichè anche il regolo formato tascabile possiede una sorprendente precisione, esso può in molti casi sostituire un regolo calcolatore di dimensioni maggiori o, cosa che nei molti possibili problemi del sistema « Darmstadt » è vantaggiosa, sostituire il regolo normale come secondo strumento.

A chi desiderasse entrare maggiormente in confidenza con l'uso del regolo calcolatore, si consiglia il manuale « I regoli calcolatori logaritmici ed il modo di usarli », pure edito dalla casa Albert Nestler AG.

20.000 - XI . 1964 L. 75,—