a.s. 2007/2008

Percorso di fisica

IL CORPO OSCILLANTE

Docenti
Patrizia Cassieri, Nicoletta Allegretti

Studenti
Cassia, Corsi, Mancino, Morara, Scognamiglio

Percorso di fisica

IL CORPO OSCILLANTE

Breve storia del corpo oscillante
1. Pendolo semplice
2. Pendolo compensato
3. Metronomo
4. Pendolo di Foucault
5. Pendolo di Mach
6. Pendolo composto
7. Pendolo Kater
8. Pendolo di Newton
9. Pendolo di Maxwell

Breve storia di un corpo oscillante

Nella *Struttura delle rivoluzioni scientifiche* di Thomas Kuhn si legge:
<< Fin dalla remota antichità molti avevano visto che un qualunque corpo pesante, appeso a una corda o una catena, oscilla avanti e indietro fino a raggiungere alla fine uno stato di quiete. Per gli aristotelici, che credevano che un corpo pesante si muovesse per sua natura da una posizione più elevata verso uno stato di riposo naturale in una posizione più bassa, un corpo oscillante era semplicemente un corpo che cadeva con difficoltà. Vincolato dalla catena, esso poteva raggiungere lo stato di riposo nel suo punto più basso dopo un movimento tortuoso e un periodo di tempo notevole. Galileo, invece, quando guardò un corpo oscillante, vide un ***pendolo****, ossia un corpo che quasi riusciva a ripetere lo stesso movimento più e più volte all'infinito>>.*

Sono possibili due interpretazioni per chi osserva un corpo oscillante: c'è chi vede una caduta vincolata e c'è chi vede invece l'isocronismo delle oscillazioni.
Lo studio del corpo oscillante giocò un ruolo centrale nell'interpretazione galileiana e newtoniana della caduta dei corpi, introdurrà al concetto di "potenziale" e infine all'interazione tra "energia potenziale" ed "energia attuale" secondo il principio di conservazione dell'energia.

Galileo: altezze di salita e di discesa

[**Galileo Galilei** (Pisa, 15 febbraio 1564 – Arcetri, 8 gennaio 1642) è stato un fisico, filosofo, astronomo e matematico, uno dei più grandi scienziati dell'epoca moderna.]

Le oscillazioni di un pendolo, purché non troppo ampie, sono un fenomeno periodico molto regolare. Galileo Galilei intuì la caratteristica essenziale dei moti pendolari nel 1583, osservando (leggenda?) l'oscillazione di un lampadario nel duomo di Pisa (v. immagine). La durata di quelle lente oscillazioni, che misurò con il battito del polso, rimaneva immutata, nonostante la loro ampiezza diminuisse sempre di più. Gli esperimenti al riguardo, da lui ripresi in modo sistematico nel 1602, lo condussero a formulare il **principio dell'isocronismo delle piccole oscillazioni del pendolo**: se il pendolo viene spostato (al massimo) di qualche grado dalla verticale, l'oscillazione è indipendente dall'ampiezza. Galileo estese poi, erroneamente, questo principio, a oscillazioni del pendolo di qualsiasi ampiezza.

L'assunzione fondamentale che fa Galileo osservando un corpo oscillante appare già nel primissimo stadio della sua attività scientifica. Studiando infatti la caduta vincolata su un piano inclinato Galileo, nei suoi *De motu*, scritti tra il 1589 il 1592, afferma che:
<<un corpo pesante tende verso il basso con tanta forza quanta ne occorrerebbe per strascinarlo verso l'alto>>.

Si tratta di un vero e proprio spostamento di attenzione: dal movimento e dalla traiettoria effettivi del corpo all'altezza di salita e di discesa. Nella prima giornata dei *Discorsi* (1638) egli sostiene

<<[..] come chiaramente si vede in un pendolo assai grave, che slargato cinquanta o sessanta gradi dal perpendicolo, guadagna quella velocità e virtù che basta precisamente a sospingerlo ad altrettanta elevazione, trattone però quel poco che gli viene tolto dall'impedimento dell'aria>>.

Ma la principale assunzione si trova nella terza giornata dei *Discorsi*:

<<[..] i gradi di velocità, acquistati da un medesimo mobile su piani diversamente inclinati, sono uguali allorché sono uguali le elevazioni di quei medesimi piani>>.

Questo significa che la velocità finale di caduta dipende dall'altezza verticale di discesa (elevazione) e non dalle traiettorie effettivamente seguite. Viene così stabilita una corrispondenza fra le traiettorie del pendolo e i piani inclinati. Se la caduta del pendolo è vincolata da chiodi sulla verticale (pendolo di Galileo) , tutte le volte che è possibile il peso si risolleva alla medesima altezza, anche se non in posizione simmetrica, e quando anche ciò diventa impossibile (essendo il chiodo in una posizione tale che la lunghezza della stringa rimasta libera è troppo corta) esso mostra ancora di avere una capacità di movimento che lo fa ruotare intorno a "l'impedimento".

Il pendolo, in questo modo, acquista un nuovo significato: nel primo quarto del periodo il peso che cade acquisisce una velocità che, senza attrito e altri impedimenti, lo solleverà sul lato simmetrico del secondo quarto alla medesima altezza di discesa. E lo stesso accade nella terza e quarta parte del periodo fino a che il peso riacquista la posizione originaria.

Huygens: dal centro di oscillazione di un pendolo alla conservazione della vis viva

Christian Huygens (1629-1695) costruì nel 1656 il primo orologio a pendolo. Egli si rese conto che, per rendere l'oscillazione ancor più regolare, è opportuno far descrivere alla massa oscillante, non un arco di circonferenza, ma un arco di cicloide (è la curva che viene descritta, ad esempio, dalla valvola della ruota di una bicicletta in movimento). Il pendolo tende a conservare immutato il proprio piano di oscillazione, rispetto a un sistema di riferimento inerziale. Poiché la Terra ruota, il piano di oscillazione del pendolo ruota, rispetto al suolo terrestre, di un angolo che dipende, per ogni unità di tempo, dalla latitudine del luogo in cui si compie l'esperimento.

Nel 1673 Christian Huygens, nel suo *Orologium Oscillatorium*, risolve un difficile e importante problema. In natura i pendoli non sono oggetti ideali ma oggetti reali (pendoli composti) con masse che non sono concentrate in un punto e all'estremità di un filo di massa trascurabile. Entro il contesto dei suoi tentativi di misurare il tempo, Huygens cercava una risposta al seguente problema: qual è il centro di oscillazione di un pendolo composto? Vale a dire: qual è la lunghezza di un pendolo semplice che oscilla con lo stesso periodo? Generalizzando l'approccio di Galileo che aveva studiato un singolo corpo, Huygens tratta con un sistema di corpi connessi e formula due assunzioni fondamentali e un certo numero di proposizioni. La prima ipotesi afferma che:

<<Se quanti si vogliano oggetti pesanti, in virtù della loro gravità, cominciassero a muoversi, il centro di gravità da essi composto non potrebbe salire più in alto di quanto si trovava all'inizio del moto>>.

Questa affermazione avrà conseguenze straordinarie come si legge nel suo commento:

<< [..] infatti, se quei costruttori di nuove macchine, i quali con inutili sforzi si danno da fare per ottenere il moto perpetuo, avessero conosciuto come usare questa ipotesi, avrebbero facilmente scoperto i loro errori e avrebbero compreso che quella cosa non è affatto possibile con mezzi meccanici>>.

In termini moderni ciò equivale a dire che una quantità di lavoro non può essere prodotta senza una corrispondente compensazione: **il moto perpetuo è impossibile**.

Segue una seconda ipotesi:

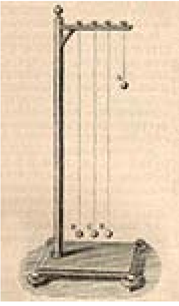
<<*Se vengono rimossi l'aria o qualsiasi altro impedimento, come desideriamo che sia nelle successive dimostrazioni, il centro di gravità di un pendolo che oscilla descrive archi uguali nello scendere e nel salire*>>.
Nella proposizione terza e nella quarta afferma che la rimozione dei vincoli tra i corpi o parte di essi non influenza l'equivalenza tra l'altezza di salita e di discesa. In termini moderni: questi vincoli non effettuano lavoro. Per un sistema di corpi sotto l'effetto della gravità, la somma dei prodotti delle masse moltiplicata per i quadrati delle velocità finali è la stessa $\Sigma m_i v_i^2 = \Sigma m_i u_i^2$, sia che i corpi si muovano vincolati insieme sia che si muovano liberamente dalla stessa altezza verticale. Da questo risultato appare che $\Sigma m_i v_i^2$ è una quantità significativa, che è caratteristica della posizione del sistema (la sua altezza verticale) e non dipende dalle traiettorie seguite per raggiungere quella posizione. In questo modo il pendolo composto ha aiutato a identificare la quantità ***vis viva*** (la moderna capacità di compiere lavoro) e la sua indipendenza dalla posizione del sistema dei corpi e da quei vincoli che non producono lavoro. Ritornando alla posizione iniziale la vis viva non muta, poiché non dipende dalle traiettorie effettive: essa è una costante del sistema per una posizione data. Tale è il significato, in questo contesto, della "conservazione della vis viva.

Bernoulli: la nascita del potenziale
Nella sua *Hydrodinamica* del 1738, Daniel Bernoulli è il primo a introdurre la funzione di potenziale, analizzando ampiamente la relazione tra **descensus actualis** e **ascensus potentialis**. Egli parte dalla conservazione della vis viva di Huygens e dal teorema di Galileo per arrivare ad affermare che la variazione della vis viva dipende dalla distanza e non dalla traiettoria. In una traiettoria chiusa non c'è guadagno o perdita di "lavoro". La differenza nel "lavoro" dipende soltanto dalle posizioni iniziali o finali e non dalla traiettoria. La vis viva "di posizione" è così un'indicazione del "lavoro potenziale", quella che in seguito sarà chiamata energia potenziale. <u>La variazione della vis viva è uguale alla variazione del lavoro potenziale.</u>

Feynman
Nelle *Lectures on Phisics* Feynman analizzando il lavoro fatto dalla gravità dimostra che il lavoro totale fatto entro un ciclo completo è nullo, in accordo con l'impossibilità del moto perpetuo. Trattando del moto planetario scrive:
<<Finché torniamo alla stessa distanza (posizione) l'energia cinetica sarà la stessa. Così che il moto è quello reale, indisturbato, oppure che gli venga mutata la direzione mediante guide, mediante vincoli privi di attrito, l'energia cinetica con la quale il pianeta arriva in u punto sarà la stessa>>.

In questo modo, l'intuizione che i pendoli senza impedimenti possono soltanto risalire alle altezze originarie ha prodotto un risultato storico: dalla conservazione della visi viva in posizioni particolari a quella che è adesso la conservazione dell'energia.

1) IL PENDOLO SEMPLICE



Il pendolo è uno sviluppo del filo a piombo. Consiste infatti di un corpo pesante appeso a una cordicella, fissata ad un'estremità, in modo che il sistema può essere posto in oscillazione. Le oscillazioni del medesimo pendolo, pur variando continuamente in ampiezza, si compiono in tempi approssimativamente uguali. Il tempo per compiere un'oscillazione completa è detto periodo del pendolo; il periodo varia secondo la lunghezza del pendolo. Galileo (1564-1642) stabilì per primo l'isocronismo del pendolo e la legge che regola il rapporto tra lunghezza del pendolo e periodo delle oscillazioni. Egli pensò, ancora per primo, di utilizzare il pendolo per regolare lo scappamento dell'orologio.

Un pendolo è costituito da un oggetto di massa m legato all'estremità di un filo inestensibile, di lunghezza *l* e di massa trascurabile, avente l'altra estremità fissata ad un punto.
Il pendolo oscilla in un piano verticale e la forza di gravità agisce sull'oggetto con intensità *mg* (*g* è l'accelerazione di gravità) e diretta verso il basso. Il tempo necessario perché il pendolo ritorni nella stessa posizione dopo aver compiuto un'oscillazione completa e detto periodo T.

Cerchiamo di verificare la legge dell'isocronismo del pendolo $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$.

La nostra apparecchiatura prevede due coppie di pendoli, ciascuna coppia è di uguale lunghezza e di diversa massa.

Le grandezze in gioco sono: la durata in una oscillazione (periodo T), la lunghezza *l* del pendolo, la massa m del pendolo (quella del filo è trascurabile). Per capire quale relazione lega queste grandezze prima (esperimento 1) misureremo il perido usando un solo pendolo, poi facciamo variare la massa e non la lunghezza (esperimento 2) e poi la lunghezza ma non la massa (esperimento 3).

PRIMO ESPERIMENTO
Compiliamo la tabella 1, misurando per tre volte la durata di N oscillazioni

Tabella 1: N è il numero delle oscillazioni, ΔT è la semidispersione.

N	T1 (s)	T2 (s)	T3 (s)	$\overline{T}$ (s)	ΔT (s)	$\overline{T}$ /N
2						
3						
4						
5						
6						
7						

SECONDO ESPERIMENTO
Compiliamo la tabella 2 prendendo due pendoli di uguale lunghezza *l*, ma di massa diversa, e misurando ogni volta la durata t di 3 oscillazioni.

Tabella 2: Δt è la semidispersione

m	t1 (s)	t2 (s)	t3 (s)	$\overline{T} = \bar{t}/3$ (s)	$\Delta T = \Delta t/3$ (s)
1					
2					

TERZO ESPERIMENTO
Compiliamo la tabella prendendo due pendoli di uguale massa, ma di diversa lunghezza, e misurando per ognuno di essi la durata t di 3 oscillazioni .

Tabella 3 Δl =…….m è la sensibilità dello strumento e Δt è la semidispersione

l (m)	t1 (s)	t2 (s)	t3 (s)	$\overline{T} = \bar{t}/3$ (s)	$\Delta T = \Delta t/3$ (s)	$\overline{T}^2$	$\overline{T}^2 / l$

Controlliamo i valori dell'ultima colonna e confrontiamoli con $4\pi T^2 / l$.

Sintesi:
le oscillazioni sono isocrone
il periodo di oscillazione del pendolo non dipende dalla massa
il periodo di oscillazione del pendolo dipende dalla lunghezza

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \; .$$

Grazie alla misura del periodo e della lunghezza di un pendolo possiamo trovare l'accelerazione di gravità del luogo in cui avvengono gli esperimenti.

2) IL PENDOLO COMPENSATO

Sistema per mantenere costante il periodo di oscillazione.
È costituito da metalli soggetti a diversa dilatazione in modo tale da compensare la variazione della lunghezza del pendolo dovuta alla variazione di temperatura. Senza questo accorgimento il periodo sarebbe maggiore in corrispondenza di un aumento di temperatura e minore in corrispondenza di un abbassamento.

Il pendolo semplice può essere utilizzato per scandire il tempo con precisione solo se la lunghezza del filo viene mantenuta rigorosamente costante. Se il pendolo viene realizzato sospendendo una massa a un'asta metallica, come avviene nella maggior parte degli orologi a pendolo, la dilatazione termica del metallo provoca una variazione del suo periodo. Per assicurare una lunghezza uniforme, e quindi una più precisa scansione del tempo, furono realizzati i pendoli compensati, di cui i primi modelli furono il pendolo a mercurio e il pendolo a graticola. Il pendolo a mercurio è composto da un cilindro di vetro riempito di mercurio: quando il pendolo si dilata a causa di un aumento di temperatura, la variazione viene compensata dalla dilatazione del mercurio nel cilindro. Il pendolo a graticola è composto da una serie di barre verticali di due metalli diversi, in genere acciaio e rame, che hanno coefficienti di dilatazione termica diversi: se le lunghezze relative delle barre sono calcolate accuratamente, eventuali variazioni di temperatura non alterano la lunghezza del pendolo.

3) IL METRONOMO

Strumento per la misura del tempo.
Il sistema oscillante del metronomo è un pendolo composto azionato da un meccanismo ad orologeria, il cui braccio può essere variato mediante una massa scorrevole. Al variare del braccio varia il periodo di oscillazione. Fu ideato da Dietrich Nikolaus Winkel.

Apparecchio utilizzato negli esercizi musicali per scandire il tempo con precisione mediante un ticchettio regolare. Il metronomo meccanico, concepito nel 1812 dall'inventore olandese **Dietrich Nikolaus Winkel**, fu brevettato nel 1816 dal musicista tedesco Johann Nepomuk Maelzel: è costituito da un pendolo rovesciato che oscilla e dà il tempo a ogni battuta. Gli intervalli di tempo possono essere regolati spostando un piccolo contrappeso scorrevole posto sull'asta del pendolo. I metronomi più moderni sono elettronici e scandiscono il tempo, oltre che con il ticchettio, anche con una luce lampeggiante.

4) IL PENDOLO DI FOUCAULT

Questo apparecchio, che mostra l'invariabilità del piano di oscillazione di un pendolo semplice, riproduce a scopo didattico la famosa esperienza ideata da Jean Bernard Léon Foucault (Parigi 1819 – ivi 1860) per dimostrare la rotazione della Terra. Il pendolo, montato sopra una base girevole che si applica alla macchina di rotazione, mantiene invariato il suo piano di oscillazione indipendentemente dalla rotazione del supporto. Un osservatore posto sulla Terra vede il piano del pendolo ruotare, in realtà è l'osservatore che gira solidale alla Terra mentre la posizione del pendolo rimane invariata. Posto al polo il piano di oscillazione sembra ruotare in ventiquattro ore. All'equatore rimane fisso.

L'esperienza fu eseguita dal fisico francese Jean Bernard Leon de Foucault nel 1851 nel Pantheon di Parigi e costituisce la prima prova fisica della rotazione della Terra. Si trattava di un alto pendolo libero di oscillare in ogni direzione per molte ore. Il pendolo di Foucault era costituito da una sfera di 28 Kg sospesa alla cupola del Pantheon di Parigi con 67 metri di filo.

L'esperimento consiste nell'osservare lo spostamento del piano d'oscillazione del pendolo rispetto al pavimento. Un ago posto sotto la sfera del pendolo segna sul pavimento, cosparso di sabbia, il percorso di oscillazione. In tempi successivi il pendolo sembra indicare un progressivo spostamento del piano d'oscillazione, come se ruotasse in senso orario intorno ad un asse verticale. In realtà a ruotare in senso antiorario è il pavimento, che segue il movimento rotatorio della Terra.

Ad ogni latitudine della Terra, tranne che all'equatore, si osserva che il piano di oscillazione del pendolo tende a ruotare lentamente. Al Polo Nord e al Polo Sud la rotazione avviene in un giorno siderale: il piano di oscillazione si mantiene fermo mentre la Terra ruota, in accordo con la prima legge del moto di Newton. Alle altre latitudini il piano di oscillazione ruota con un periodo R inversamente proporzionale al seno della latitudine stessa (α); a 45° la rotazione avviene ogni 1,4 giorni, a 30° ogni 2 giorni e così via: $R = \dfrac{24h}{\sin\alpha}$.

Ciò è dovuto alla così detta "forza di Coriolis", una forza non inerziale che si manifesta su tutti i corpi in movimento su un sistema rotatorio (come la Terra), facendoli deviare dalla loro traiettoria originale.

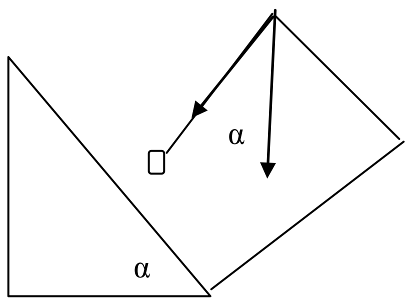
La rotazione avviene in senso orario nell'emisfero boreale e in senso antiorario nell'emisfero australe. Se il pendolo venisse collocato al polo, il suo asse di sospensione coinciderebbe con l'asse terrestre ed il suddetto piano di oscillazione compirebbe un intero giro di 360° nell'arco di una giornata, mentre all'equatore non si sposterebbe affatto, poiché la Terra non compie alcuna rotazione in torno all'asse equatoriale. A Parigi, che si trova ad una latitudine quasi intermedia, la rotazione del piano d'oscillazione osservata da Foucault avveniva in modo più lento e per osservarne un giro completo si devono attendere circa 32 ore**.**

5) IL PENDOLO DI MACH

Permette di sperimentare la dipendenza del periodo di oscillazione dall'accelerazione di gravità. Questo modello, ideato da Ernst Mach (Turas 1833 – Haar 1916), è costituito da un pendolo composto fissato su di un piano inclinabile. In questo modo il pendolo si muove su di un piano di oscillazione non verticale la cui inclinazione è misurabile mediante un settore graduato fissato sulla base. Cambiando l'angolo di inclinazione si ottengono valori diversi per la componente attiva della forza peso che è funzione del coseno dell'angolo in questione. Ciò consente di simulare variazioni dell'accelerazione di gravità e quindi osservare la conseguente dipendenza del periodo di oscillazione del pendolo.

ESPERIMENTO
Rileviamo il periodo del pendolo a varie inclinazioni.
Noteremo che il periodo aumenta con l'aumentare di dell'angolo α.
Sia
$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ il periodo con α=0° .

Chiamiamo $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{a}}$. Si constata sperimentalmente che $T_1 > T$ e dunque $a < g$.
Si può notare che l'accelerazione *a* è la componente di *g* lungo l'asse del pendolo e dunque $a = g \cdot \cos\alpha < g$



6) IL PENDOLO COMPOSTO

Gli oggetti il cui funzionamento è basato sul principio del pendolo sono non puntiformi e il filo di sospensione è sostituito da un'asta rigida, di cui non si può trascurare la massa. In questi casi non abbiamo un pendolo semplice, ma un pendolo fisico, detto anche **composto** il cui periodo va calcolato tenendo conto del suo momento di inerzia rispetto all'asse di rotazione, cioè rispetto al punto in cui esso è sospeso. Nel punto S di sospensione del pendolo l'asta presenta una sporgenza a sezione triangolare detta **coltello**. Si chiama l_0 la lunghezza del pendolo semplice che oscilla con lo stesso periodo del composto. Questa lunghezza è sempre minore della lunghezza reale e viene detta **lunghezza ridotta**. Il punto O sull'asse del pendolo, che si trova a distanza l_0 dal coltello, viene detto **centro di oscillazione**. Dunque:

- la lunghezza ridotta del pendolo composto è la lunghezza di un pendolo semplice che oscilla con lo stesso periodo;
- il centro di oscillazione è il punto la cui distanza dal coltello è uguale alla lunghezza ridotta del pendolo.

Per calcolare teoricamente il periodo di oscillazione del pendolo composto possiamo riferirci al pendolo semplice di lunghezza l_0 immaginando che la sua massa m sia uguale a quella del pendolo fisico, ma concentrata tutta in un punto. Inoltre, avendo i due pendoli lo stesso periodo, essi dovranno avere la stessa accelerazione angolare nell'istante in cui vengono deviati dalla verticale di un stesso angolo φ.

Dalla seconda legge della dinamica per il moto rotatorio $M = I\alpha$, dove M è il momento della forza peso rispetto al punto di sospensione S e I è il momento di inerzia. Esaminiamo i due pendoli.

Per il pendolo semplice, di massa puntiforme che ruota con raggio l_0, i due momenti sono $M' = mgl_0 \sin\varphi$ e $I' = I$, ossia $I' = ml_0^2$, quindi $\alpha' = \dfrac{mgl_0 \sin\varphi}{ml_0^2} = \dfrac{g \sin\varphi}{l_0}$.

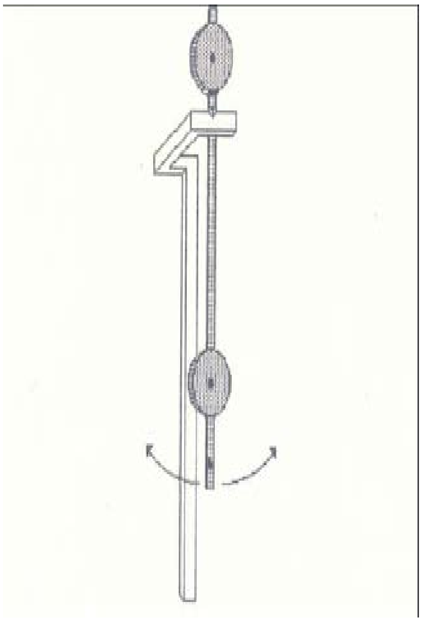
Per il pendolo composto, detta d la distanza del centro di massa del pendolo dal punto di sospensione si ha $M = mgd \sin\varphi$, $\alpha = \dfrac{mgd \sin\varphi}{I}$.

Uguagliando le due accelerazioni angolari $\dfrac{g \sin\varphi}{l_0} = \dfrac{mgd \sin\varphi}{I}$ si ricava $l_0 = \dfrac{I}{md}$.

Sostituendo questa espressione nella formula che esprime il periodo del pendolo otteniamo il periodo del pendolo composto $T' = 2\pi\sqrt{\dfrac{I}{mdg}}$.

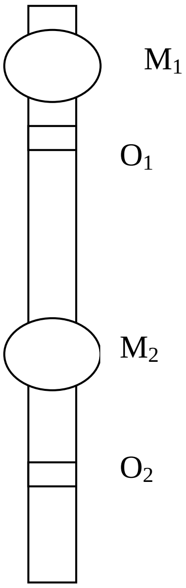
N.B.: Questa ultima formula è spesso usata per determinare il momento di inerzia I di un corpo rispetto a un asse che non passa per il baricentro, conoscendo la massa, la posizione del baricentro e il periodo di oscillazione che sono facili da determinare.

7) IL PENDOLO DI KATER



Con supporto per determinare l'accelerazione in caduta libera. L'apparecchio è costituito da una barra lunga 1,67 m, con due coltelli di sospensione e due dischi metallici scorrevoli e bloccabili, fungenti da pendolo, nonché da un alto stativo con supporto a coltelli. Per mezzo delle viti calanti inserite nel massiccio treppiede, l'apparecchio può essere aggiustato con facilità. Con un'appropriata regolazione dei dischi si può ottenere lo stesso periodo d'oscillazione utilizzando l'uno o l'altro coltello di sospensione. La distanza tra i coltelli è di 99,4 cm, cosicché il pendolo, esattamente aggiustato, oscilla come pendolo contasecondi. Altezza complessiva 1,85 m.

Il centro di oscillazione di un pendolo composto gode di una particolare proprietà detta reversibilità del pendolo. Il geodeta inglese Henry Kater (1777 – 1835) ideò proprio un pendolo composto reversibile. Esso è costituito da un'asta con due coltelli, equidistanti dagli estremi della sbarra, posti rispettivamente, in O_1 e O_2



Sull'asta del pendolo sono montate due masse M_1 , fissa, e M_2 scorrevole.

Spostare questa massa provoca:
una variazione del momento di inerzia ***I*** del corpo calcolato rispetto all'asse di rotazione;
della distanza ***d*** fra baricentro e polo di rotazione
ed una conseguente variazione del periodo di oscillazione

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}}$$

Il pendolo può essere reso reversibile regolando opportunamente la massa fino a che oscillando attorno a O_1 oppure a O_2 il periodo non cambia.

Esperimento

Sia ***m*** la massa del sistema.
O_1 è il polo al quale avviene la rotazione;
G è la posizione (<u>non nota</u>) del baricentro;
h_1 è la distanza (<u>non nota</u>) fra il polo e il baricentro;
I_1 il momento d'inerzia (<u>non noto</u>) ripeto al polo O_1.

Il periodo di oscillazione ***T_1*** (<u>misurabile</u>) è dato da $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{I_1}{mgh_1}}$.

Rovesciamo il pendolo e lavoriamo con il polo O_2 otteniamo $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{I_2}{mgh_2}}$.

Possiamo ora spostare la massa M_2 fino a che non otteniamo $T_1 = T_2$.
Consideriamo poi il pendolo semplice di stesso periodo $T = T_1 = T_2$ per ottenere la lunghezza ridotta $l_{rid} = \frac{gT_1}{4\pi^2}$ e poi determinare g.
[Con un **pendolo reversibile** si può determinare il valore dell'accelerazione g con buona precisione, misurando il suo periodo di oscillazione. In questo caso il pendolo è detto **pendolo geodetico**.]
Una volta determinata la lunghezza ridotta possiamo scrivere

$2\pi\sqrt{\frac{I_1}{mgh_1}} = 2\pi\sqrt{\frac{l_{rid}}{g}}$, da cui (*) $I_1 = mh_1 l_{rid}$ e analogamente $I_2 = mh_2 l_{rid}$.

Utilizzando **il teorema di Steiner** si può passare dal momento di inerzia del corpo calcolato rispetto all'asse di rotazione al momento di inerzia del corpo calcolato rispetto al centro di massa I_G e scrivere
$I_G = I_1 - mh_1^2$ e $I_G = I_2 - mh_2^2$
Uguagliando le due relazioni $I_1 - mh_1^2 = I_2 - mh_2^2$ e sostituendo le (*) otteniamo

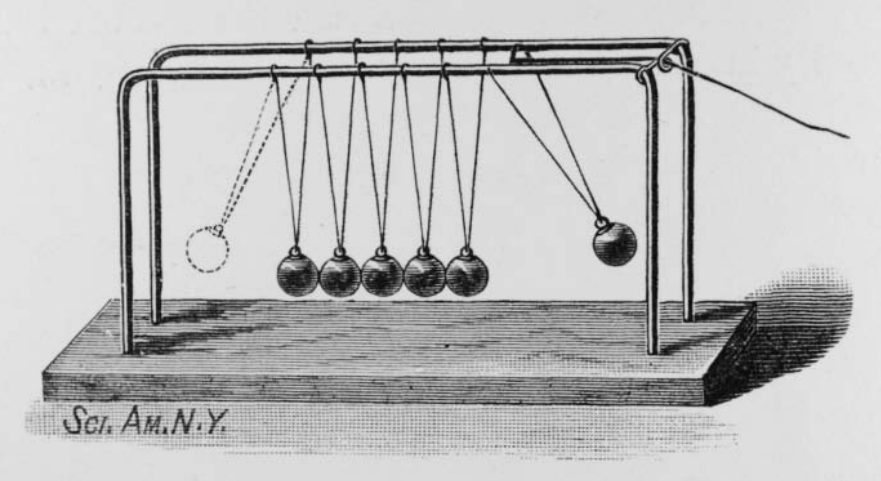
$mh_1 l_{rid} - mh_1^2 = mh_2 l_{rid} - mh_2^2$., semplificando *m* otteniamo

$l_{rid}(h_1 - h_2) = h_1^2 - h_2^2$ da cui

$l_{rid} = h_1 + h_2$

Allora il periodo ottenuto spostando la massa mobile fino a che sia realizzata la condizione $T_1 = T_2$ coincide con il periodo di un pendolo semplice che abbia lunghezza pari alla distanza tra i due poli di oscillazione del pendolo composto.
Nel nostro caso la distanza l_0 = $\overline{O_1O_2}$ =1m, per cui il periodo del pendolo semplice associato è $T = 2\pi\sqrt{\frac{l_o}{g}} = 2s$. Dobbiamo quindi spostare la massa M_2 fino ad ottenere un pendolo composto che batte il secondo. In questo modo avremo ottenuto il periodo e la situazione di reversibilità.

8) IL PENDOLO DI NEWTON



Collision Balls.

Il pendolo di Newton viene usato per studiare le leggi di conservazione della quantità di moto e dell'energia.
È costituito da 5 sferette metalliche di massa eguale sospese con fili a due aste di metallo orizzontali e parallele. Le sferette, a riposo, si toccano, sono alla stessa altezza e sono equidistanti dalle aste.
Quando una sfera che si trova ad un estremo viene allontanata dalla posizione di di equilibrio e quindi rilasciata in modo che torni indietro e colpisca la seconda sfera, essa crea una rapida successione di urti elastici tra le sferette. In ogni urto una palla si ferma, mentre la successiva inizia a muoversi con il modulo della velocità uguale a quello della precedente. Quando le collisioni raggiungono l'altro estremo dell'apparato, l'ultima sfera oscilla alla stessa altezza dalla quale la prima era stata liberata. Se due sfere vengono allontanate dall'equilibrio e poi liberate, dall'altra parte due sfere oscillano e così via.
Per capire il motivo per cui ciò accade, immaginiamo che due sferette oscillino con velocità v e una sola oscilli all'altro estremo con velocità v'. Quale valore deve avere v' sapendo che si conserva la quantità di moto e l'energia cinetica?
Per la conservazione della quantità di moto $mv' = 2mv$ e dunque $v' = 2v$
Per la conservazione dell'energia cinetica $\frac{1}{2}mv'^2 = \frac{1}{2}2mv^2$ e dunque $v'^2 = 2v^2$, ossia $v' = v\sqrt{2}$.
Ne segue che non è possibile che si sollevi una sola biglia.

Il pendolo di Newton, che oggi è usato come giocattolo o per esperimenti dimostrativi di livello elementare, contribuì a chiarire le leggi dell'urto elastico prima che i principi della dinamica fossero enunciati.

9) IL PENDOLO DI MAXWELL

Ideato per lo studio della conservazione dell'energia meccanica è un classico esempio di trasformazione continua di energia gravitazionale in energia cinetica rotazionale. Ideato da James Clerk Maxwell (Edimburgo1831 – Cambridge1879), è costituito da un volano sospeso tramite due fili. Il pendolo si carica avvolgendo i fili intorno all'asse del volano, che in questo modo sale e quindi acquista energia potenziale gravitazionale. Lasciato libero scende perdendo energia potenziale e acquistando energia cinetica di rotazione. Giunto al fondo il filo si riavvolge, il volano sale. Inizia così una serie di trasformazioni energetiche, con oscillazioni che a poco a poco si smorzano a causa degli attriti.

Dispositivo sperimentale
Accorgimenti:
effettuare l'allineamento orizzontale del disco in condizioni di completo rotolamento;
arrotolare il filo in modo da avere una uguale densità di spire su entrambi i lati e fare in modo che nel corso dello srotolamento il cilindro non subisca oscillazioni.
Scopo dell'esperienza.
Verificare la dipendenza e la interconversione, in funzione del tempo, dell'energia potenziale, dell'energia traslazionale e dell'energia rotazionale.
Considerazioni
Il disco di Maxwell è costituito da un cilindro di raggio *R*; coassiali ad esso e sulle facce opposte del cilindro di raggio R sono ricavati due cilindretti di raggio *r*. Sia *m* la massa complessiva. Sui cilindretti laterali sono avvolti due fili inestensibili e di massa trascurabile ancorati superiormente ad un supporto orizzontale fisso, che non slittano sull'asse e che in ogni istante garantiscono l'orizzontalità del sistema.
Detto *I* il momento di inerzia del sistema e supponendo di poter trascurare gli attriti, lasciando cadere il sistema sotto l'azione della gravità l'energia totale *(E)* risulta essere la somma delle energie potenziale (E_P), traslazionale (E_T) e rotazionale (E_R):

$$E = m \cdot g \cdot s + \frac{m \cdot v^2}{2} + \frac{I \cdot \omega^2}{2}$$

dove ω è la velocità angolare, v la velocità traslazionale, g l'accelerazione di gravità e s la posizione.

BIBLIOGRAFIA

Thomas Kuhn “Struttura delle rivoluzioni scientifiche”, Torino – Einaudi - 1969
Eligio Perucca ”Guida pratica per esperienze didattiche di fisica sperimentale” Bologna – Zanichelli - 1937
Antonio Ròiti “Elementi di fisica” Firenze - Successori - Le Monnier, 1887
James S. Walker ”Fisica”, Vol 1, Bologna – Zanichelli - 2004
M. Palladino Bosia “Fisica”, Vol A, Torino - Petrini Editore - 1998.